審査の結果の要旨

氏　名　森山　園子

本論文は、多面体的複体の組合せ構造を表すシェラビリティーと呼ばれる性質に関する研究成果をまとめたものである。多面体的複体のファセットの間に再帰的条件を満たすシェリングという全順序が少なくとも 1 つ存在するとき，その多面体的複体はシェラブルであるという．特に本論文では、シェラビリティーがシェリング向き付けと名付けられた多面体的複体の双対構造の向き付けとして表現され，シェリング向き付けの立場からシェラビリティーに対する新しい方向性が与えられている．

本論文は 7 章から成る。第 1 章は本研究の背景と貢献についてまとめている。第 2 章は、本論文の内容を理解するための基礎知識を簡潔に解説している。

第 3 章において、同じシェリング向き付けを構成するシェリングの間に同値関係を与えることにより，多面体的複体のシェリング集合を同値類分解することができることが示されている．このとき，任意の同値類に属するシェリング集合がアンチマトロイド構造を有することがわかる．

第 4 章において、多面体的複体の部分クラスである単体的複体に対して h-assignment と呼ばれる概念が導入され，h-assignment により単体的複体のシェリング向き付けが特徴付けられている．そして、h-assignment を用いて単体的複体のシェラビリティーを判定する新しい 2 つの方法，hash-DFS 法と RS 法が提案されている。Hash-DFS 法とは，長井のハッシュを用いて再探索を回避するための情報を保存しつつ，探索木を深さ優先的に探索する方法である．しかし，探索空間が大きいため，全ての情報をハッシュに保持することができず再探索が必要になる．そこで，理論的に再探索を完全に回避する方法として，逆探索に基づいた RS 法が提案された．実際に，探索空間全体を探索する単体的複体の非シェラビリティー判定においては，RS 法が hash-DFS 法より機能的であることが計算機実験により確かめられた．また，RS 法はシェリング向き付けの列挙に応用できることが示されている．

第 5 章と第 6 章においては、数理計画問題の組合せ的性質と多面体的複体の部分クラスである凸多面体の複体のシェリング向き付けの関係が述べられている．ユニークシンク向き付け（USO）とは，多面体の任意の面においてソースとシンクを 1 つずつ持つ向き付けであり、特に単純多面体が超立方体のとき，そのグラフ上の USO は数理計画問題の組合せ

性質と深い関連がある．P-行列上の線形相補性問題をピボッティングで解く場合も，2次計画問題のひとつである最小包含球問題を解く場合も，アルゴリズムの挙動（PLCP-cube と SEB-cube）は常に超立方体のグラフ上の USO となる．同様に，許容領域が超立方体に組合せ同値である線形計画問題と有向マトロイド計画の場合も，ピボッティングで解く場合のアルゴリズムの挙動（LP-cube と OMP-cube）は超立方体のグラフ上の USO となる．これまでに，2つの包含関係 LP-cube⊆PLCP-cube と LP-cube⊆OMP-cube が理論的に示されたが，両者の違いは未だはっきりしていない．本論文の第5章においては，非巡回な4次元 PLCP-cube の個数の上限および非巡回な5次元 PLCP-cube における偶数出次数予想の成立について述べられている．第6章においては，LP-cube と OMP-cube の違いが有向マトロイドの実現不可能性の立場から言及されている．実現不可能性を与える有向マトロイドの新しい性質 non-HK 性と non-HK* 性が導入され，その有用性が理論的かつ実験的に示された．

以上に述べたように、本研究の結果は、シェリング向き付けの立場から多面体的複体のシェラビリティーに対する新しい方向性を与えており、本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。