

論文の内容の要旨

論文題目 多重彩色問題とチャンネル割当問題の近似解法

氏名 宮本 裕一郎

本論文は多重彩色問題およびチャンネル割当問題の近似解法について記したものである。多重彩色問題およびチャンネル割当問題はいずれも頂点彩色問題を特殊な場合として含む問題である。本研究の主な成果をモデルの観点から述べる。多重彩色問題に関しては、入力グラフを限定した場合にのみ、近似解法が知られていた。本研究では、入力グラフとしてより広いグラフクラスを扱い、近似解法を提案した。チャンネル割当問題に関しては自明でない近似解法は知られていなかった。本研究では、実務において現実的と思われる仮定を入力グラフに与えた場合の（自明でない）近似解法を提案した。本研究の主な成果を解法の観点から述べる。本研究ではパーフェクトグラフに着目し、パーフェクトとは限らないグラフを入力とした多重彩色問題に対する効率的な解法を提案した。この解法は、格子状グラフを入力グラフとした場合には多項式時間近似解法であり、良い近似率を達成する。チャンネル割当問題に対しては、パーフェクトグラフを入力とした場合の近似解法を提案し、それを基に、より広いグラフクラスの近似解法を提案した。「パーフェクトグラフを、パーフェクトとは限らないグラフの近似解法に利用する」という手法は、本研究の大きな特徴といえる。本研究では、問題の入力グラフとして、格子状グラフおよび単位円グラフを扱っている。これらのグラフは、現実のチャンネル割当問題において多く現れるグラフであり、有名なベンチマーク問題である Philadelphia 問題例の入力グラフを含む。

多重彩色問題に関する成果を以下に簡単にまとめる．本研究で提案した解法は，入力グラフが三角格子グラフの場合，その近似率がほぼ $4/3$ の多項式時間近似解法となる．この近似率は，得られる彩色の上界の見積もりに関する定数項を除けば，既存の最良の近似率と同じである．三角格子グラフの多重彩色問題に対して，近似率が $4/3$ より小さい多項式時間近似解法があるならば $P=NP$ となることが，既存の結果からわかっている．本研究で提案した多項式時間近似解法は，入力グラフが三角格子点上の単位円グラフの場合，四角格子点上の単位円グラフの場合，三角格子グラフの k 乗グラフの場合，入力グラフが四角格子グラフの k 乗グラフの場合には多項式時間近似解法となる．各グラフに対する近似率は，各グラフがパーフェクトである条件を整理した定理により導かれる．その定理により，各グラフの最大重み安定集合問題の近似解法，各グラフの有理彩色数の見積もり，各グラフの非パーフェクト率の見積もりなども得られた．一方，対角格子グラフの多重彩色問題が NP-困難であることも示した．

最小スパンチャネル割当問題に関する成果を以下に簡単にまとめる．入力グラフの枝の重みが全て同じチャネル割当問題を解く多項式時間近似解法を提案した．その解法は，入力グラフがパーフェクトグラフまたは単位円グラフの場合には $O(\log n)$ -近似解法になる，ここで n は入力グラフの頂点数である．また，この解法を基に，一般のグラフに対する $O(n)$ -近似解法も提案した．これらの解法の基となるアイデアは，枝の重みが全て同じとは限らない問題クラスに対しても適用可能である．その例として Philadelphia の問題例を含む問題クラスを定義し，その近似解法も示した．また，入力グラフが単位円グラフで，枝の重みに現実的な仮定が与えられた場合の近似解法を提案した．