

審査の結果の要旨

論文提出者氏名 岡野大

代用電荷法は、1969年、Steinbiger によって電界計算を目的として提案されたポテンシャル問題の数値解法である。その後、代用電荷法は、多くの電気工学の問題に適用され、現在、電気工学分野の標準的数値的手法となっている。その特長として、有限要素法や境界要素法に比べ、簡単で、ある場合には非常に高い精度を与えることが知られている。

この代用電荷法に対して、本論文は、「代用電荷法に関する研究」と題し、そのさらなる応用と基礎付けを目指したものである。まず、応用として、実関数の近似、等角写像の数値計算を扱い、つぎに、基礎研究として、3次元の問題における代用電荷法の振る舞いを詳細に研究している。本論文の構成は、第1章「はじめに」と第6章「おわりに」を含め、6章より成る。

第2章「代用電荷法概説」では、代用電荷法の算法の詳細と、現在までに知られている収束定理、とくに、2次元問題において代用電荷法が高精度を与える場合、すなわち、誤差が指数関数的に減少する場合に対する理論的結果を説明している。

第3章「代用電荷法の関数近似への応用」では、代用電荷法を用いた高精度実関数近似の方法を提案している。代用電荷法を実関数の近似に応用しようという研究は従前にもあったが、高い精度を与えるものではなかった。これに対して、本論文では、Joukowski変換を援用することによって、高精度の方法、すなわち、誤差が指数関数的に減少する方法を提案している。なお、本方法の精度は、オーダーの意味で最良である。

第4章「代用電荷法の等角写像の数値計算への応用」では、等角写像の数値計算への代用電荷法の応用を扱っている。等角写像の数値計算の分野では、Symmの積分方程式法が標準的とされてきたが、近年、天野が代用電荷法を用いる、簡単で、ある場合には非常に高い精度を与える方法を提案し、多くの実例とともにその有効性を示した。しかし、天野の方法において、つぎのような重要な問題が未解決のままであった：(1) 実験的には近似誤差の指数関数的減少が見られるにもかかわらず、その数学的保証がない；(2) 多重連結領域をNehariの標準領域へ等角写像する問題において、取り扱うことのできる問題領域・Nehariの標準領域の組合せに制限がある；(3) Nehariの標準領域からもとの多重連結領域への等角写像、すなわち等角逆写像を計算することができない。本論文では、これらの問題に対して、完全な解答、もしくは部分的解答を与えている。まず、(1)に対しては、滑らかな閉曲線に囲まれた単連結領域から単位円板への等角写像を計算するという特別な場合について、近似誤差が指数関数的に減少することを数学的に証明している。(2)については、天野の方法では取り扱うことができなかった問題領域・Nehariの標準領域の組合せを含めて、多重連結領域の等角写像の近似計算に関して、数学理論に照らして自然な近似等角写像の形を仮定し、代用電荷法による等角写像の近似計算に成功している。この結果、Nehariの標準領域は5種類あるが、これらを統一的に取り扱う枠組みが提案されたことになり、

多重連結領域の等角写像の近似問題に対する完全な解答が与えられたことになる．最後の(3)については，まず，その基礎として，問題領域が曲線スリットを持つ場合を扱う方法を提案し，その方法を利用して多重連結領域の等角逆写像を計算する方法を提案している．ただし，その精度には問題があり，その改良が期待される場所である．

第5章「代用電荷法の3次元ポテンシャル問題への応用」では，代用電荷法の基礎研究として，3次元のポテンシャル問題に対する代用電荷法を扱っている．2次元問題に関しては代用電荷法の基礎づけが進んでいるものの，3次元については，その基礎研究が皆無であり，本論文では，最も基本的な3次元領域である球の場合に詳細な研究を行っている．この場合，代用電荷法の電荷の配置が問題となり，本論文では，球面上の点の一様分布論の知見から有効と思われる3つの配置，すなわち，(a)ある種のエネルギーを最大にする点配置(Womersley-Sloanによる)，(b)一般化螺旋点配置(Zhou-Rakhamanov-Saffによる)，(c)正多面体を用いる点配置，を用いている．様々な数値実験を行い，(a)が最も有効であり，誤差は，用いる電荷の個数の平方根に対して指数関数的に減少することを指摘している．また，電荷の配置にランダムな摂動を加えても，誤差が大きく変わることがないこと，すなわち，代用電荷法が電荷の配置に関してロバストであることも示している．これらの結果は，3次元問題に対する代用電荷法に関する重要な知見を与えるものであり，今後，これらの結果を説明できる理論が構築されることが期待される．

以上を総合するに，本論文は，工学における基礎的問題である関数近似，等角写像の計算，3次元ポテンシャル問題に対して，代用電荷法を用いた高速な解法を提示すると同時にその数理的解析を行ったものであり，数理工学の分野の発展に大きく寄与するものである．

よって本論文は，博士(情報理工学)の学位請求論文として合格と認められる．