論文内容の要旨

論文題目: AdS/CFT Correspondence with Eight Supercharges
(8つの超電荷の下での AdS/CFT 対応)

氏名: 立川裕二

AdS/CFT 対応とは、d 次元の共型場理論 (Conformal Field Theory, CFT_d) と $d+1$ 次元の反 de Sitter 空間 (Anti de Sitter space, AdS_{d+1}) 上の重力理論が物理的に等価であるという対応で、はじめ Maldacena によって 1997 年暮れに提唱されたものである。場の理論の形式上は、Gubser-Klebanov-Polyakov および Witten によって CFT_d と AdS_{d+1} の読み替えが素直に行えることが知られているので、問題は具体的にどのような CFT と AdS 空間上のどのような重力理論が対応しているか、ということである。

Maldacena のもともとの設定は、平らな 10 次元空間で IIB 型超弦理論をかんがえ、そこに N 枚の D3 ブレーンを重ねて導入した場合の低エネルギーでの力学を開弦および閉弦の立場から考えるというものであった。前者では 4 次元の $\mathcal{N}=4$ $U(N)$ のヤン-ミルズ理論になり、後者は $\mathrm{AdS}_5 \times S^5$ 上で IIB 型超弦を考えるということになる。この場合は両者とも 32 個の超電荷を持つ超共型理論になり、この対応の詳細に関する研究は星の数ほど存在する。

さて超電荷が多いほど理論の構造は制限されて解析が簡単になる。一方で超電荷が少なくなるほど多彩な力学が実現される。現時点では超電荷をもたない 4 次元の共型場理論を解析するのは殆ど不可能であるため、最小の超電荷をもつような超共型理論を考えることが面白いと考えられる。この場合、超電荷は 8 つ存在することになり、$\mathcal{N}=1$ 超共型理論と呼ばれる。この博士論文の目的は、このような 8 つの超電荷をもった超共型理論について AdS/CFT 対応の観点から理解を深めることである。

超共型理論が 8 つの超電荷をもつということは、AdS 上の超重力理論が同数の超電荷をもつ、所謂 $\mathcal{N}=2$ のゲージ化された超重力と呼ばれるものであることを意味する。また、10 次元の IIB 型弦理論から構成する立場としては、D3 ブレーンを Calabi-Yau 錐の先

端に導入することになる。これの低エネルギー極限を閉弦の観点から取れば、$\mathrm{AdS}_5 \times X_5$ で、X_5 が佐々木-Einstein 多様体であるようなところで IIB 超重力を考えることになる。よって、博士論文の目的を達成するにあたって、まずこの三者、すなわち i) 4 次元 $\mathcal{N}=1$ 超共型理論、 ii)5 次元 $\mathcal{N}=2$ ゲージ化された超重力、 iii) 5 次元の佐々木-Einstein 多様体の幾何、を詳しく調べることがまず必要である。これらの記述が博士論文の第一の目的である。

さて、$\mathcal{N}=1$ の 4 次元超共型理論の解析が可能である主な理由は、理論の対称性として所謂 超共型 R-対称性があり、これさえ決定出来れば、カイラルプライマリー場の次元および共型場理論の中心電荷が決定出来るということにある。さて、R-対称性は一般に理論に存在する種々の $U(1)$ 対称性の線形結合であるから、その係数を決定することが第一の問題となる。これは 2003 年に Intriligator と Wecht によって a-最大化原理という形で解かれた。これは、R を仮に決めて中心電荷 a を計算した場合に、線形結合の係数を変分する際に a は局所的な最大であるべしとするものであって、超共型理論の代数構造から従う。

この a-最大化原理が、AdS 空間上の超重力および佐々木-Einstein 多様体の幾何学の観点からはどうあらわれるかを調べるのは基本的問題である。まず、超重力理論においては、R-対称性はグラヴィティーノの電荷に相当するが、それを決定することは超ポテンシャルの最小化問題に対応する。この関係は学位論文申請者によって示された。また、佐々木-Einstein 多様体では R-対称性は計量からカノニカルに定まる Reeb ベクトルというものに対応する。また、中心電荷 a は体積に逆比例することがしられている。これに対応して、Reeb ベクトルを与えると多様体の体積が簡単に決定出来、その体積が最小になるように Reeb ベクトルを選べばよいことが Martelli-Sparks-Yau によって示されている。これらの対応を詳述することが学位論文の第二の目的である。

また、4 次元の $\mathcal{N}=1$ 超共型理論には 5 次元の佐々木-Einstein 多様体が対応すると述べたが、現実に具体的に知られているそのような多様体は長らく S^5 と $T^{1,1}$ の二種類のみであった。しかるに、2004 年初頭に Gauntlett-Martelli-Sparks-Waldram は $Y^{p,q}$ と呼ばれる加算無限個の異なる佐々木-Einstein 計量を $S^2 \times S^3$ の上に構成した。これらの佐々木-Einstein 計量は体積が S^5 のそれとの比が無理数になっているのが大きな特徴である。これは、対応する超共型理論の演算子の次元が一般に無理数になっていることを示している。対応する超共型理論の紫外極限もその後すぐ計算されており、a-最大化をそれに適用した結果期待される通りの中心電荷 a が求まっている。これらは 8 つ超電荷がある際の AdS/CFT に関する著しい結果である。

a-最大化原理および超ポテンシャルの最小化の際には、まず試行するための a-関数および off-shell での超ポテンシャルを計算しなければならない。それは、4 次元の超共型理論の立場からは大域対称性の間の三角量子異常を、また 5 次元の超重力理論の立場からは $U(1)$ ゲージ場間の Chern-Simons 相互作用の係数を知っている必要がある。さて、これまでこれらの量が IIB 型超弦を佐々木-Einstein 多様体にコンパクト化した場合にどのように定まるかは知られていなかった。その問題を学位論文申請者は S. Benvenuti と L. A. Pando Zayas との共同研究で解決した。また、佐々木-Einstein 多様体を与えた場合に、対応する 4 次元の超共型理論が紫外極限でどのようなゲージ理論であるかは長年の研究によりほぼ明らかになっている。それを利用すると、4 次元の超共型理論の側でも三角量子異

常を計算することができ、結果としてそれが佐々木-Einstein 多様体の幾何学から決定したものと見事に一致することがわかった。以上の発展を解説するのが学位論文の第三の目的である。

学位論文は英文で書かれており、構成は以下のとおりである:

第 1 章 Introduction. 全篇の導入を行う。

第 2 章 The Maldacena conjecture. AdS/CFT 対応がどのように超弦理論から導出されるかを詳述する。

第 3 章 Properties of SCFT_4. 4 次元の $\mathcal{N}=1$ 超共型理論の構造について、主に代数構造から考察する。a-最大化についても調べる。

第 4 章 Dictionary for the correspondence. Gubser-Klebanov-Polyakov および Witten による AdS/CFT 対応の定式化について述べ、両側の現象間の対応を確率する。

第 5 章 Minimization principle in AdS_5. 前二章の内容を踏まえて、AdS_5 の超重力理論に a-最大化原理がどう翻訳されるかを調べる。

第 6 章 Sasaki-Einstein manifolds. 佐々木-Einstein 多様体の構造について基本的なところを調べる。また、体積を最小化することによって Reeb ベクトルを決定する方法についても述べる。

第 7 章 Corresponding Quivers. 種々の佐々木-Einstein 多様体に対応する箙ゲージ理論の構造について述べる。$Y^{p,q}$ 多様体の場合に詳述する。

第 8 章 Triangle Anomalies from Einstein Manifolds. 三角量子異常および Chern-Simons 相互作用係数を 佐々木-Einstein 多様体の幾何から決定する方法について詳述する。a-最大化と体積最小化の関連についても述べる。

第 9 章 Conclusion. 学位論文でなにを扱ったかを振り返り、この分野で今後必要とされる研究に関して概観して結論とする。