

論文の内容の要旨

論文題目 Endomorphisms on half-sided modular inclusions

(片側モジュラー包含の自己準同型)

氏名 Svegestrup Rolf Dyre

場の量子論は量子力学の古典的場の理論への応用である。場の量子論にはいろいろな考え方があり、その一つである代数的場の量子論では可観測量のなす代数が基本的な対象となる。具体的には、時空間のすべての有界開集合にそれ上の可観測量のなす C^* 環を対応させ、そこでできる族を研究する。

当然ながら 4 次元時空の場合が物理的には一番面白いが、低次元の場合も数学的にだけでなく物理的にも興味深いことが分かる。近年特に注目を集めてるのが円上に定義された一次元代数的場の量子論である。この理論では円のすべての区間 I に固定された Hilbert 空間上の von Neumann 環 $\mathcal{A}(I)$ を対応させる。さらに、von Neumann 環のこの族は様々な公理を満たすと仮定する。例えば、局所性と呼ばれる公理により共通部分の無い区間に対応する環は互いの交換団に含まれる。また、Möbius 群の表現 U で、 $\mathcal{A}(gI) = \text{Ad}U(g)\mathcal{A}(I)$ を満たすものが存在すると仮定する。これらの公理を満たす von Neumann 環の族をネットと言う。

1993年に Wiesbrock によって強加法的という付加的な仮定の下では von Neumann 環のネットが一つの共通境界点を持つ二つの区間に対応する von Neu-

mann 環だけで一位に決まることが証明された。このような二つの von Neumann 環は片側モジュラー包含という特別な構造をなす。

代数的場の量子論をより深く理解するために特に従順な物理系の状態について調べる必要がある。現在は1963年に Doplicher-Haag-Roberts によって提案された選択基準が特に有効とされており、これによると簡単に言えば局所的に集中して物理系を考えるべきである。このような状態を持つ von Neumann 環のネットの表現は Doplicher-Haag-Roberts 自己準同型と呼ばれる特別な自己準同型にユニタリ同値になる。このような自己準同型を理解しさらに分類することは代数的場の量子論の基本的かつ重要な問題である。

本論文の主な目的は Doplicher-Haag-Roberts 自己準同型に関する様々な概念をより簡単な設定である片側モジュラー包含の観点から調べることである。

論文の前半では、重要でありながら扱いやすいクラスである有限指数の自己準同型について考え、次の定理を示す。

定理. 有限指数を持つ単射的正則自己準同型 $\rho \in \text{End}(M)$ が M に完全局所化されているとする。その時、 ρ は円上の Möbius 共変自己準同型に拡張される。

後半では代数的場の量子論の少し違った側面に注目する。まず、すべての有限指数の Doplicher-Haag-Roberts 自己準同型は Möbius 共変である。さらに、Möbius 共変 Doplicher-Haag-Roberts 自己準同型は一つの一変数自己同形群で一意に決定される。この群を用いて荷重のコサイクル微分の条件を満たす Connes コサイクルを定義することができる。ゆえに、Möbius 共変自己準同型には情報消失なしに荷重を対応させることができる。この対応は Bertozzini, Conti, Longo によって研究された。本論文ではこの問題の逆を考え、荷重から Möbius 共変 Doplicher-Haag-Roberts 自己準同型を構成する。具体的には、次の定理を示す。

定理. ψ を M 上の半有限正則忠実な荷重で区間 $I_0, \bar{I}_0 \subseteq S_+$ に局所化されているものとする。この時、 I_0 に局所化された S^1 上の自己準同型 ρ で、 M 上で $\sigma_t^\psi \circ \rho = \rho \circ \sigma_t^\psi$ を満たすものが唯一存在する。この ρ は有限指数の自己準同型の直和 (有限又は無限) であり、特に Möbius 共変である。

我々は更に、どのような荷重が同じ自己準同型を誘導するかを調べ、また、ユニタリ同値性や直和など自己準同型に関する様々な概念が荷重に関する同値な概念にどのように対応するかについて調べた。