

# 論文審査の結果の要旨

氏名 飯田俊朗

本論文は、デルタ関数型の相互作用をする1次元粒子系の基底状態に関する性質を、ベータ仮説に基づき具体的な物理量の振る舞いを通して明らかにしたものであり、6章からなる。第1章はイントロダクションであり、本文で扱うベータ仮説の歴史的な背景と、関連する実験であるレーザー冷却法による原子閉じこめ実験について説明し、最近注目されているいわゆるBCS-BECクロスオーバー現象など本研究結果の解釈上重要な話題を説明している。また、相互作用の符号や粒子の統計性などによる分類など、論文全体の概要を述べている。

第2章はベータ仮説の考え方を説明し、多成分に拡張されたときの粒子の統計性の扱いについて詳しく説明している。ベータ仮説は、多体の波動関数が一体の波動関数の積で与えるものであるが、相互作用の反映として運動量の分布に制約が現れる。熱力学極限において、許される運動量分布が積分方程式の形で与えられる。この方程式自身はこれまでの先行研究で求められているが、具体的な物理量に関しては積分方程式を数値的に解くことで求められてきており、解析的な研究がなされてきてない。本論文は、相互作用の強さに関する級数展開法を用いて、強結合、弱結合極限での解析的な表式を求めている。

まず、第3章では、スピン1/2の引力相互作用を持つフェルミ粒子系の場合を扱っている。この場合、波動関数は実数の擬運動量とスピン波のラピディティと呼ばれる量で特徴づけられ、それぞれの量の分布関数の積分方程式はGaudin積分方程式と呼ばれるものである。そこでのパラメータとして、全粒子数 $N$ 、スピン下向きの粒子数 $M$ があり、スピンポーラリゼーション $P=(N-2M)/N$ を変えて基底状態の変化を調べている。まず、強結合の場合は、すべてが上向きスピンである $P=1$ のケースは実質的に1成分フェルミ粒子系であるが、 $P<1$ の場合には、相互作用のために興味深い現象が現れる。本論文では $P$ 依存性を強結合の場合と弱結合の場合に、それぞれ、相互作用の強さの逆数、相互作用の強さの級数として求め、対応する数値解と比較し、両展開を合わせることで相互作用の強さのほぼ全域にわたる広い範囲でよい評価を与える表式を求めることに成功している。特に強結合の場合には、相互作用のためにペアになった状態「分子」とペアになっていない粒子はあたかも独立に振る舞うのに対し、弱結合の場合にはそれぞれの状態間にまだパウリの排他原理が働き、分布関数が分離する現象を明らかにしている。この結合相互作用依存性と、レーザー冷却法による原子閉じこめ実験でのBCS-BECクロスオーバー現象の関連についても議論している。また、方法論的には、弱結合の場合に展開係数が形式的に発散する問題があり、注意深い取り扱いが必要である。本論文でも、はじめから $P=0$ とした場合、2次の展開で数値計算の結果が異なる問題があることがわかった。これは多く

現れる形式的な発散項の取り扱いが難しいためである。この問題に対して、有限の  $P$  から  $0$  の極限を取った場合には正しい表式が得られることを見いだしている。

第4章では、スピン  $1/2$  の斥力相互作用を持つフェルミ粒子系の場合を扱っている。この場合、扱う積分方程式は Yang 積分方程式と呼ばれるものであり、Gaudin 積分方程式と異なるものである。ここで、エネルギーなど物理的な振る舞いは相互作用が小さい場合、自然に引力の場合とつながることを明らかにしている。相互作用の強い場合には展開が困難であることを議論している。

第5章では、フェルミ粒子とボーズ粒子の混合系を解析している。ここでの積分方程式は Sutherland 積分方程式と呼ばれるものである。ここでも弱結合と強結合のそれぞれの場合に擬運動量の分布の特徴を明らかにしている。

本論文は、デルタ関数型の相互作用をする2成分からなる1次元粒子系の基底状態における具体的な物理量の振る舞いがどのように相互作用の強さ、粒子の統計性に依存するかを解析的に明らかにし、新しい知見を与えるとともに、高い水準の方法論の開発を行っており、学位論文として十分な内容を持っていると判断する。

なお、本論文の第3章、第4章の一部は和達三樹氏との共同研究に基づくものであるが、論文提出者が主体的に研究を遂行したものであり、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。