

論文内容の要旨

Quantum information processing under local operations and classical communications

(局所量子操作および古典的通信の下における量子情報処理について)

尾張 正樹

量子力学に支配される系を用いることによって我々はどのような情報処理タスクをどれだけの効率で実行することができるか、特に暗黙のうちに古典力学に系が支配されていることを仮定している従来の情報処理に比べてどれだけの利得が得られるか、という問題に対する興味から量子情報の分野は始まった。そしてこの物理学と情報科学との学際領域である量子情報の分野は、80年代の量子力学に基づいた無条件安全性が証明できる量子暗号プロトコルの発見、および96年のShorによる素因数分解を高速でできる量子アルゴリズムの発見によって90年代後半以降急速に発展を遂げてきた。

我々の現在の情報処理が、多数の遠隔地にある情報処理端末(PC)とその間の光ケーブルなどの古典的伝送路で行なわれているように、量子情報においても、遠距離に配置された多数の量子コンピューター(PC)とそれらの間の量子状態および古典情報の伝送により量子情報処理タスクが行われると考える。一方、よく知られているように、量子状態の遠距離伝送は、環境系による情報の散逸(ノイズ)を受けやすく、古典情報の伝送に比べて著しく困難である。そのため量子状態の伝送が一切不能である代わりに、古典情報の伝送はいくらでも好きなだけ可能であるという仮定(Local operation and classical communication<LOCC>)の下での量子情報処理の研究が、遠距離多者間の量子情報処理の本質の理解のために必要不可欠であると考えられている。

このようなLOCCによる遠距離多者間の量子情報処理に対する量子状態もしくは量子状態の集合の持つ性質として、量子非局所性は次のように操作的に与えられる。すなわち、遠距離多者間で共有された量子状態もしくは量子状態の集合に対して量子情報処理タスクが与えられ、LOCCによる量子操作の制限が情報処理タスクの実行を困難にするならば、その困難

さを用いて状態もしくは状態集合の量子非局所性を表すというものである。特に遠距離多者間で共有された量子状態を別の量子状態に変換するというタスクに関する量子非局所性はエンタングルメントと呼ばれ、量子情報処理に不可欠なリソースとして盛んに研究されてきた。これまでに、エンタングルメントの理論は少なくとも二粒子純粋状態については、整理された理論体系が出来上がり 1 つの到達点に達した。その後、二粒子混合状態や多粒子状態などのより複雑な系についても多くの研究がなされてきたが、その数学的な困難さより現在エンタングルメント理論としての研究は行き詰まりを見せつつあると述べている。

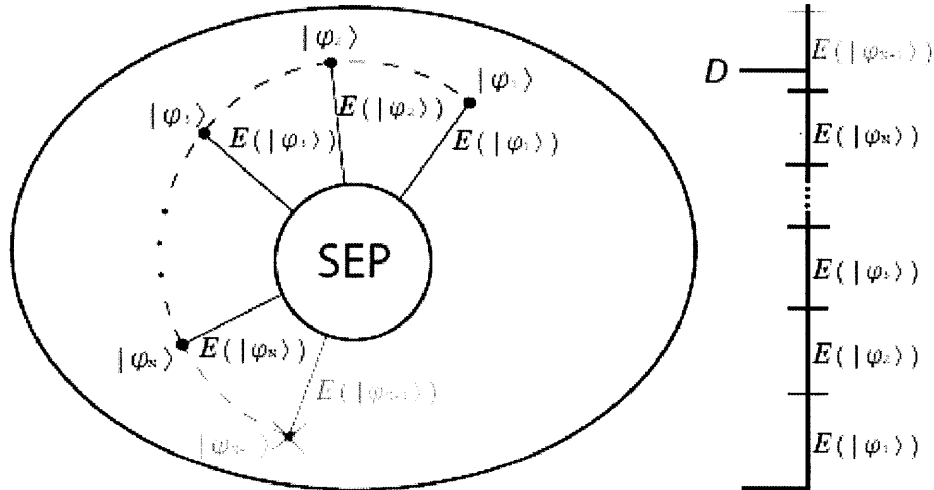
近年、状態識別と状態複製という情報処理タスクを考えることによりエンタングルメントとは異なった新たな量子非局所性として、LOCC 状態識別(局所量子操作と古典通信 < LOCC > の制限下における量子状態の識別)と LOCC 状態複製(LOCC の制限下における量子状態の識別問題)に関する非局所性が提唱された。これらの非局所性は個別の量子状態ではなく量子状態の集合に対して定義されているという意味において、エンタングルメントとは異なっており。更に、エンタングルメントを持たない純粋状態からなるにもかかわらず、LOCC では識別できない正規直交基底の発見などより、LOCC 状態識別と LOCC 状態複製に関する非局所性はエンタングルメントだけでは説明できないことが示された。一方、情報理論的視点から眺めても、状態識別と状態複製は様々な情報処理の基盤となる基本的なタスクであり、それらの LOCC 制限下での性質を理解することは、LOCC の下での量子情報処理の理解に必要不可欠である。しかし現在のところ、LOCC 状態識別と LOCC 状態複製の研究は初期段階にあり、それらの性質もまたエンタングルメントとの関連性のはっきりとは分かっていない。そこで、本論文では、LOCC 状態識別と LOCC 状態複製に注目し、それらの性質の研究、およびそれら 2 つに関する非局所性とエンタングルメントとの間の関係性の研究を行った。

本論文では、第 1 章における量子情報と量子非局所性についての導入の後、まず第 2 章において、LOCC 状態識別とエンタングルメントとの関係を明らかにするための研究を行った。従来の LOCC 状態識別の研究の多くは、状態の集合が特殊な条件を満たしたときの LOCC による状態識別プロトコルを与えているに過ぎず、LOCC 状態識別とエンタングルメントとの関連性を明白に示す結果は得られていなかった。そこで、私達は LOCC より少し広い操作である **Separable Operation** を用いて、我々は与えられた状態の組の決定論的に(100 パーセントで)LOCC 識別可能な状態数の上限が、**Separable** 状態(エンタングルメントを持たない状態)の集合との距離を用いたエンタングルメント量(距離的エンタングルメント量)によって得られること一般の多体系に対して証明した。特に純粋状態の集合 $\{|\varphi_i\rangle\}_{i=1}^N$ が LOCC 状態識別可能であるための必要条件は距離的エンタングルメント量

$E(|\varphi\rangle)$ を用いて、 $N \leq D/\sqrt{E(|\varphi_i\rangle)}$ と与えられる(ここで D は全系の次元 $E(|\varphi_i\rangle)$ は $E(|\varphi_i\rangle)$ の

平均を意味する。) このことは、エンタングルメント量の和が次元を超えてはいけないとも言換えることができるため、以下のように図示すると分かりやすい。

(図 1: Separable 状態の集合からの距離の和 $\sum_{i=1}^N E(|\varphi_i\rangle)$ が D を超えると LOCC で識別不能。)

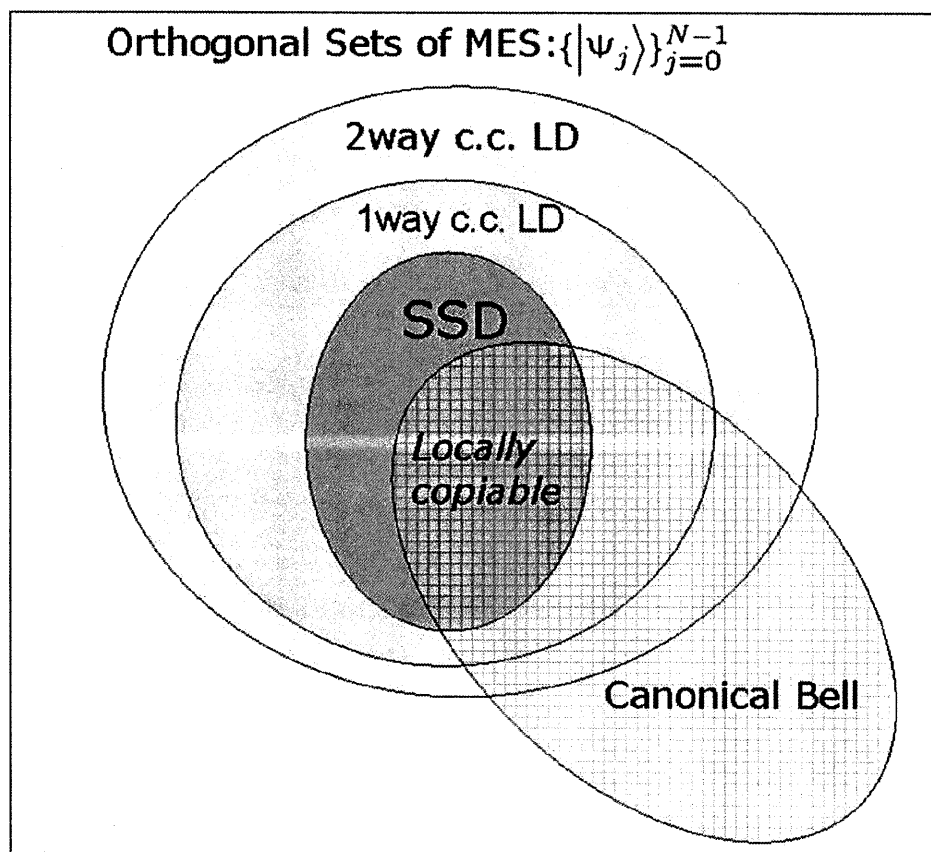


我々の得た結果は、状態集合の持つエンタングルメント量が、少なくとも我々の得た上限で与えられる程度には状態集合の LOCC 状態識別の困難さを保障するという意味する。LOCC 状態識別とエンタングルメントとの明白な関連性を与える。また、一方で一般の多体系で定義された距離的なエンタングルメント量に LOCC 状態識別を用いた操作的な意味づけも与えるという意味でも意義深い。

次に、第 3 章においては、遠距離当事者間の古典情報通信のタイプの違いによる 2 つの LOCC のタイプ、すなわち双方向に古典情報通信が許された一般的な two-way LOCC と古典情報通信が一方向に制限された場合の one-way LOCC の違いが、LOCC 識別性にどのような影響を与えるかを研究した。その結果として、one-way LOCC で識別可能な状態数が 2 体の系では Schmidt ランクというエンタングルメント量を用いて表されることを示し。2 量子ビット系においては、具体的に two-way LOCC による状態識別プロトコルを構成することにより、双方向古典通信が一方向古典通信に比べて著しく LOCC 識別の困難さを減少させることを示した。このことは、古典情報をエンコードされた状態集合から LOCC のみによって古典情報を得ようとした時に、双方向古典通信によって得られる古典情報が増加するという意味するため、情報理論にも非常に意義深い。

第 4 章では、最大エンタングル状態の集合に注目して LOCC 状態複製の性質を解析し、また LOCC 状態複製と LOCC 状態識別との関係性の研究も行った。私は、与えられた最大エンタングル状態の集合が決定論的に LOCC 複製可能であることの必要十分条件が、その状態集合が同時(simultaneously)Schmidt 対角化可能な正準(canonical)Bell 状態基底の部分集合で与えられることを証明した。更に、Schmidt 対角化可能な基底の部分集合は常に

one-way LOCC 状態識別可能であるという事実を用いることで、LOCC 状態複製は one-way LOCC 状態識別よりも困難であることを示した。このことから、最大エンタングル状態 N 個の集合はエンタングルメントという視点だけではすべて同じ量子非局所性を有するにもかかわらず、LOCC 状態複製と one-way LOCC および two-way LOCC 状態識別に関する量子非局所性を用いると、以下の図に記されるように分類されることが分かった。



この図において状態集合の量子非局所性は中心に近づくほど少なくなっている。また、LD、c.c.、SSD はそれぞれ LOCC distinguishable(識別可能)、classical communication(古典通信)、simultaneously Schmidt decomposable(同時 Schmidt 分解可能) の省略である。

最後に第 5 章では、それまでにこの論文で得られた結果をまとめてある。

我々がこの論文で行った、LOCC 状態識別と LOCC 状態複製という新たな切り口からの量子非局所性の性質の研究は、行き詰まりを見せつつある従来のエンタングルメントを中心とした非局所性の研究に新しい方向性を与えうるという意味で量子情報の分野の発展に貢献していると信じる。