論文審査の結果の要旨

氏名　小林康明

物質やエネルギーの出入りのある散逸系の非平衡定常状態において、しばしば一様な定常状態が壊れ、散逸構造と呼ばれる時間的空間的秩序が発生する。散逸系のパターンは空間的に広がった周期パターンと局在するパターンの2種に大別できる。Rayleigh-Benard対流は前者の代表例であり、後者も粉体系、気体放電、非線形光学など幅広い分野の散逸系に見られる。これらがどのような数理構造から生じるのかを考察することが重要となる。これらのパターン形成の基本的なモデルに反応拡散系の方程式がある。これは空間依存する複数の濃度場で記述される化学反応系であり、拡散項と非線形の反応項から構成される。化学反応だけでなく結晶成長やバクテリアコロニーなどを記述できる普遍的なモデルと期待されるが、一方でこの反応拡散系では記述できないパターン形成の問題も存在する。

そこで本研究では、反応拡散系の拡張として移流項を導入した。第一の目的は移流項の導入によりパターン形成のモデルとしての反応拡散系の適用範囲を広げることである。移流がパターン形成に寄与している系を、反応拡散系の枠組みで記述する。第二の目的は安定に存在するパターンが外力に対してどのように応答するか調べることである。これまで基礎的な化学反応モデルについて微小な摂動によるパターンの安定性は研究されてきたが、移流のようなあからさまな外力に対する応答は調べられていない。本研究では特に次の二つのことを試みた。まず、空間周期的パターンを持つ2次元のBrusselatorモデルに線形のシア流を加えてパターンの応答を調べた。次に局在したスポットを解に持つGray-Scottモデルに移流項を加えて数値的に研究した。

まず第1章では研究の背景と目的を述べ、第2章では2次元のBrusselatorモデルに線形のシア流を加えた方程式について理論的、数値的に調べた。シア流のない場合は、パラメータを変えると空間的に一様な解が不安定化し、六角形の空間周期的パターンを持つ解が分岐する。そこでこの解を出発点として、シア流を加えたときのパターンの変化を記述する縮約された方程式を理論的に導いた。すなわち、シアが十分弱ければ空間周期解は六角形構造を保ったまま位相が緩やかな変調を受けると仮定し、位相の満たす非線形方程式を導いた。この方程式は平面内での弾性体の変形を表わす式に対応するので、濃度場の作る六角形の空間パターンは結晶格子とみなせ、シア流はこの結晶に働く体積力とみなすことができる。さらに二枚の平板に挟まれた系で線形のシア流を加えたBrusselatorモデルを実際に数値的に解き、シア流によって変調を受けた六角形構造の解を得た。位相の空間分布、シアの強さと位相勾配の関係が理論的に得られた結果とほぼ一致することを示した。また、さらにパラメータを変化させ適切な初期値を与えることにより、シアによって欠陥が駆動さ

れる解を数値的に得た。特に六角形パターン中の局在したストライプパターンの伝播、液晶対流系で見られるようなストライプパターン中のグライドなどが観察された。

第3章ではGray-Scottモデルに移流項を加えた新しいモデル方程式を構成し、数値的に解いた。移流項の速度として、生成される濃度場に比例して収縮する2次元の流れ場を仮定した。この方程式の解として、局在したスポットからなる分子状のクラスターや、これらがつながったループ状のパターンを作ることが観察された。従来の局在構造のモデルより多様な配置をとることが示された。これらのパターンは最近の気体放電の実験において見いだされた空間パターンときわめてよく似ている。また、クラスターの解について元の方程式を縮約しスポットの重心の運動方程式を導いた。移流項は粒子間に働く長距離の引力の役割を持つことがわかった。

以上本論文は従来の基礎的なパターン形成のモデル方程式に移流項を加え、理論的数値的に考察を行った。シア流を加えることにより六角形構造が弾性体と同様の変調を受けること、欠陥が動的に駆動される解を得たこと、また気体放電実験に見られるような局在したスポット解とループ解を得たことは本研究が初めてであり、移流項によって反応拡散系のモデルの適用範囲が大きく広がることを示した。これらの成果はパターン形成問題の研究を進展させ、非線形物理学の発展に貢献するものである。

なお、本論文第3章は、佐野雅己との共同研究であるが、論文提出者が主体となって解析を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。