論文審査の結果の要旨

氏名：西田　祐介

本論文は英文で書かれ、本文１０章（section）と補章（appendix）から構成されている。第１章は序論で、この研究の動機となる実験的背景と理論的問題の設定、それに対するこの論文で展開する新しいアプローチの概観、そして論文の構成と残りの各章の簡単な要約が述べられている。第２章は真空中の２体散乱振幅を空間次元が d 次元の場合に計算し、散乱長が発散する「ユニタリー極限」において、２次元、４次元のフェルミ気体はそれぞれ、理想フェルミ気体、理想フェルミ・ボース混合気体となることを示し、次章以降で展開される ϵ 展開法の動機付けを与えている。第３章では、$4-\epsilon$ 次元での「ユニタリー」フェルミ気体の ϵ 展開法を定式化し、ファインマン・ダイアグラム法による摂動展開則を導いて、有効ポテンシャル、状態方程式、準粒子スペクトル、運動量分布、凝縮体成分比、等の物理量の ϵ 展開による計算方法を詳細に述べている。第４章では、この方法をスピン偏極した２成分フェルミ気体に、第５章では異なる質量をもつ２成分フェルミ気体への拡張をおこない、それぞれの場合の有効ポテンシャルの計算を ϵ 展開法で行なって、２成分フェルミ系の「ユニタリー極限」における相構造を調べている。第６章では $2+\epsilon$ 次元で ϵ 展開法を定式化し、状態方程式、準粒子スペクトルの摂動計算を行なっている。第７章では $4-\epsilon$ 次元の摂動展開と $2+\epsilon$ 次元の摂動展開の結果をつかって実際に物理的に興味のある３次元への内挿をパデ公式を使って行ない、一粒子当たりの平均エネルギーにたいして自由気体の場合との比を計算し、モンテカルロ法による計算結果と近い値を得ている。第８章と第９章は有限温度への拡張で、第８章では低温相、第９章では高温相の結果の考察を行なっている。第１０章は全体のまとめ、補章では ϵ 展開の n 次の項の係数が $n!$ に比例する項を含んでいることを示し、ϵ 展開が実際には漸近展開となっていることを示している。

序論で述べられているように、最近のレーザーを用いた極低温・低密度の原子気体の実験の進展は目覚ましいものがあり、特にフェッシュバック共鳴を用いて２粒子の相互作用の強さを外部磁場によって自由自在に変更できることにより、これまでアカデミックな問題とされてきた理論的に興味ある問題が実際に実験的にも調べることができるようになっている。その中で特に注目されている問題が、この論文の主題となる非常に大きい散乱長によって特徴付けられる「強結合」フェルミ気体で、特徴的な無次元のパラメータが存在しないことから、これまで知られているどの近似法も用いることができない非常にチャレンジングな問題とされている。S 波散乱長が発散する極限は、２体の結合状態ができる閾値に対応しており、弱結合における BCS 状態と、強結合の分子的 BEC 状態との境界にあり、Leggett 等の BEC-BCS クロスオーバーの予想もあって理論的に興味が持たれてきた。著

者は、共同研究者の D. Son（ワシントン大学准教授）とともに、空間次元を解析接続した２次元、４次元からの摂動展開という独創的なアイデアを提案し、新しい系統的な計算方法（ϵ 展開法）を定式化した。

２次元、４次元が特殊な自由気体の極限になっていることは、最初、Z. Nussinov と S. Nussinov によって指摘されていたが、この論文の著者達は d 次元空間における２体散乱の散乱振幅を簡単な模型で計算することでそれを明瞭に理解できることをまず示している。例えば、$d=4-\epsilon$ の場合には、散乱振幅の逆数はフェルミオンの質量の２倍の質量をもった（ボース）粒子の伝播関数と ϵ に比例した係数の積になっており、これはフェルミ粒子がそのようなボース粒子と弱く結合した系に置き換わったと考えることができることを意味している。一方、$d=2+\epsilon$ の場合には、ボソン極は現われず散乱振幅は単に ϵ に比例した項となる。これは２次元ではフェルミ粒子は相互作用をせず、ϵ が小さい場合は、結合定数が ϵ に比例した弱結合系として取り扱うことができることを示唆している。

著者等は任意の空間次元におけるこのような２体散乱振幅の分析から得られた結果をもとに、多体系の性質を系統的に計算する、２次元、４次元からの摂動展開の方法を、繰込み群の計算法で K. Wilson と J. Kogut が導入した ϵ 展開法をもちいて、ファインマン・ダイアグラムの方法で定式化した。その中で特に注目すべき結果は、４次元からの展開においてボース粒子の運動項を導いている点である。2 体散乱振幅の計算から、４次元の近傍では、系は弱く相互作用する質量 m のフェルミ粒子と質量 $2m$ のボース粒子からなる混合系として記述できるはずであるが、実際、著者達はこの予想を実現する有効理論が構成できることを示した。それによると、ボース粒子の運動項はフェルミ粒子のループからのボース粒子の自己エネルギー項に含まれている。その際４次元での運動量積分から現れる紫外発散が、ϵ 展開から予想されるナイーブな展開次元を変えることが示されている。

著者等はこの計算方法を用いて、４次元からの $\epsilon=4-d$ による展開で様々な物理量を計算している。その中で特に注目されるのは、３次元の「ユニタリー極限」でのフェリミ粒子系の一粒子当たりの平均エネルギーで、それと自由気体の一粒子平均エネルギーとの比は「ユニタリー極限」を特徴付ける普遍的な物理量の一つである。著者達は４次元からの展開と２次元からの展開を繋ぐ内挿公式をパデ公式によって求めている。その結果得られた３次元での値 0.378±0.014 は、３次元のモンテカルロ法によって数値計算で得られた結果 0.42 と近い値となっており、この計算法の有効性を示唆している。著者等はこれ以外に、準粒子スペクトル、粒子密度の異なる混合フェルミ気体の相図、有限温度の BEC 相転移前後での熱力学量の振る舞いなど、様々な物理量をこの ϵ 展開法を用いて解析的に計算し興味ある結果を出している。

このようにこの博士論文は多体問題の難問に対し非常に独創的な方法でアプローチし、ϵ 展開法を定式化して、様々な物理量の計算に系統的に応用している。英語の表現も非常にしっかりと書けており、非常に完成度の高い論文である。

この論文でまとめられている一連の研究は米国ワシントン大学のD. Son准教授との共同研究に基づいているが、本人の寄与が十分あり、博士号を授与するのに十分な内容であると審査員一致で判定した。