

## 論文審査の結果の要旨

氏名 境圭一

本論文の研究対象は、ユークリッド空間  $\mathbf{R}^n$  内の long knot 全体の空間  $\mathcal{K}_n$  である。このような空間は、結び目のモジュライ空間として、近年、幾何的方法とホモトピー論的方法を含めたさまざまな手法で研究が進められている。論文提出者は、特に  $n > 3$  の場合について、結び目の空間のホモロジー群に入る Poisson 代数の構造について精密な研究を行った。

結び目の空間  $\mathcal{K}_n$  からはめこみ全体の空間への包含写像のホモトピーファイバーを  $\mathcal{K}'_n$  で表す。このときホモロジー群  $H_*(\mathcal{K}'_n)$  には、little disk operad  $\mathcal{D}$  の作用から導かれる Browder 作用素  $\lambda$  によって、Poisson 代数の構造が入る。論文提出者は、 $H_*(\mathcal{K}'_n)$  にこのようにして導入された Poisson 代数の構造に対して、スペクトル系列を用いた代数的な記述を行った。具体的結果とそこで用いられる手法は以下の通りである。Sinha により配置空間から構成されるある乗法的 operad  $X_n$  を用いて同型  $\mathcal{K}'_n \cong \widetilde{\text{Tot}} X_n^\bullet$  が示された。ここで、 $X_n^\bullet$  は、乗法的 operad  $X_n$  に付随する余単体的空間である。ここでは、Goodwillie-Weiss のファンクター解析が用いられている。一方、Bousfield の方法により、 $\mathcal{K}'_n$  に収束するスペクトル系列で、その  $E^1$  項が operad  $X_n$  に対する Hochschild 複体であるものが存在し、 $E^2$  項には Gerstenhaber ブラケットとよばれる Poisson 積が定義されることが知られている。本論文の主結果は、 $H_*(\mathcal{K}'_n)$  に Browder 作用素から導かれる Poisson ブラケットが上の Gerstenhaber ブラケットと同一視されることである。なお、この結果は乗法的 operad についての定理として、一般的な枠組みの中で証明されている。これにより、little disk operad  $\mathcal{D}$  の作用によって幾何的に定義される  $H_*(\mathcal{K}'_n)$  の Poisson 構造が完全に代数的に記述された。さらに、本論文では、この結果を用いて、 $H_*(\mathcal{K}'_n)$  の Poisson ブラケットの非自明性を示し、これによって、従来コード図を用いて記述されていた結び目の空間のホモロジー類とは異なる、新しいクラスを構成した。

本論文は、結び目全体の空間のホモロジー群の代数構造について、新しい知見をもたらしたものであり、位相幾何学の分野に大きく貢献する。よって、論文提出者 境圭一は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。