論文審査の結果の要旨

氏　　名　　笹平　裕史

笹平氏は、$\mathbf{Z}/2$ に値をもつ Donaldson 不変量の変種を定義し、$2CP^2\#\overline{CP^2}$ に対してその不変量が非自明であることを示した。

Fintushel-Stern は、4 次元閉スピン多様体に対して、$\mathbf{Z}/2$ に値をもつ Donaldson 不変量の変種を $SU(2)$ 束を利用して定義した。笹平氏の構成は、彼らの構成を非スピン多様体に拡張するものであるが、$SU(2)$ 束の代わりに $SO(3)$ 束が利用される。それに伴って、不変量の定義に必要なモジュライ空間のコンパクト性が成立するメカニズムは、両者で異なる。結果として、不変量の定義に用いられる 2 次元ホモロジー類の個数が、前者においてはある閾値より多い必要があったが、笹平氏の場合においては制限は不必要である。この点が、笹平氏による例の構成において有効に用いられている。

Fintushel-Stern は、彼らの不変量の張り合わせ公式を、$X\#S^2\times S^2$ に対して得ていた。笹平氏は同様の張り合わせ公式を彼の不変量に対して平行した方法で証明した。笹平氏は、上述の例の計算のために、彼の張り合わせ公式とともに、Kotschick による CP^2 の通常の $SO(3)$ 版の Donaldson 不変量の計算を用いる。

笹平氏の不変量は、次の点で顕著な特徴をもつ。

Witten は、Donaldson 不変量と Seiberg-Witten 不変量とは同等の情報をもつと物理学による考察から予想した。ただし、この予想において、二種の不変量は、有理数、整数に値をもつ通常の不変量である。Seiberg-Witten 不変量にはコホモトピー群を利用した高次版が定義されている。しかし、モジュライ空間が空である計量をもつ多様体に対しては、高次版の不変量も 0 となる。正スカラー曲率計量を許す $2CP^2\#\overline{CP^2}$ はその例である。ただし、スピン多様体に対しては、不変量の棲家は、群構造をもたないある同変コホモトピー集合となり、不変量の非自明性の定式化が不分明である。$2CP^2\#\overline{CP^2}$ は、そうした不分明さをもたない非スピン多様体である。すなわち、$2CP^2\#\overline{CP^2}$ は、現在考えられているいかなる意味においても、Seiberg-Witten 方程式を用いて定義される不変量は自明である。しかし、笹平氏の計算例は、この多様体に対して、Donaldson 不変量の変種が非自明であることを意味している。

これらの研究は、Witten による予想がトーション不変量に対しては不成立である、という、極めて注目すべき提示を行うものである。よって、論文提出者　笹平裕史　は、博士（理学博士）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。