

# 論文の内容の要旨

論文題目 Torsion points of elliptic curve with good  
reduction

(良い還元を持つ楕円曲線のねじれ点について)

氏名 安田 雅哉

有理数体上において、すべての素点において良い還元をもつ楕円曲線は存在しないことは良く知られている。さらに、類数が1の虚2次体において、そのような楕円曲線は存在しないことも証明されている。しかし、多くの実2次体上において、そのような楕円曲線の存在が知られている。この論文においては、実素点をもつ代数体上定義され、すべての素点において良い還元をもつ楕円曲線の Mordell-Weil 群の torsion part について考えた。ここで、 $K$  を実素点をもつ代数体、 $E$  を  $K$  上定義されたすべての素点において良い還元をもつ楕円曲線とし、 $p$  を素数とする。Mordell-Weil 群  $E(K)$  の torsion part を考えるのに、 $p$ -等分点の群  $E(K)[p]$  を考察した。 $E$  は  $K$  のすべての素点で良い還元をもつので、 $E$  の  $K$  の整数環上の Neron-model の  $p$ -等分点は、 $K$  の整数環上の有限群スキームの構造を持つ。そこで、 $K$  の整数環上において、constant group scheme と diagonalizable group scheme の Extension group を考察した。そのことを

利用して、ある条件下において  $p$ -等分点の群  $E(K)[p]$  が自明な群であることを証明した。特に、ある実 2 次体においては、 $p$  が 5 以上の素数に対して  $E(K)[p]$  が自明であることを示した。

次に、位数が  $p$ -冪の類数 1 の虚 2 次体  $K$  の整数環上の有限群スキームを考察した。そのことを利用して、 $K$  上定義されたアーベル多様体で  $p$  の上の素点においてのみ悪い還元をもつものを考察した。ある条件下において、そのようなアーベル多様体は、 $K$  上では虚数乗法をもたないことを証明した。