

論文審査の結果の要旨

氏名 鈴木健二

本論文は 7 章からなり、第 1 章は本論文の背景及び目的を始めとし、本論文の構成や特色などについて述べられている。

第 2 章は流体の基礎式である Navier-Stokes 方程式に対する離散化を行い、マトリクス方程式の導出について述べられている。この際に、SUPG 及び PSPG 安定化手法や Newmark 法による時間積分スキームについても説明されている。

第 3 章は、連立一次方程式の種々の解法 (Multigrid 法を含む) 及びそれらを理解するうえで欠かせない線形代数についての基礎理論の説明がなされている。その後、現在までに開発され用いられている大規模問題解法の基本となる前処理や反復ソルバーなどについての解説を行っている。また、第 3 章の最後においては、本章で紹介した代表的なソルバーを正定値行列問題の代表とも言える Poisson 方程式に適用した数値計算例が掲載されている。さらに正定値行列問題に対する Multigrid 法の効果が具体的に述べられている。

第 4 章においては定常 Stokes 問題に対する新たな Multigrid 法として、Element by Element Multiplicative smoother (EBEMP-smoother) を smoother とし、元の係数行列と Multigrid 法に用いる係数行列の安定化パラメータを変化させ圧力部の安定化を図る Pressure Stabilized Multigrid 法 (PSMG 法) と組み合わせた方法 (EBEMP-PSMG 法) が提案され、数値実験や考察が行われている。EBEMP-smoother は、全体領域における係数行列と残差を要素に制限し、その要素における修正量を求め、それを全体の解に足しこみ解を更新する手法である。これを全要素において順番に繰り返すことにより、誤差をスムーズにすることができる。Multigrid 法そのもののアルゴリズムを大きく変更するのではなく、smoother のみを大きく工夫することが最大の特徴となっている。実際に本論文で提案した EBEMP-smoother を本論文で提案する圧力安定化された Multigrid 法 (PSMG 法) に組み合わせることにより自由度によらず高い収束性を持つアルゴリズムの開発に成功している。また具体的にこのような Multigrid 法を前処理とした GMRES 反復解法を用いることにより、定常 Stokes 問題において高い収束性が達成されることを示した。

第 5 章においては、定常 Navier-Stokes 問題に対して同様の手法をベースとした数値実験及び考察を行った。ただし Navier-Stokes 問題においては非線形の移流項が存在し、これを離散化するとその係数行列は一般的には非対称になる。このような性質が収束性を妨げ、問題をより一層難しくするため、本章においては先ず移流項が収束性を悪化させる原因について考察を行った。考察結果に基づき、本章では異方性に効果のある ILU-smoother において行列の圧力部分に安定化を施した ILUPS-smoother を提案し、これを EBEMP-smoother に組み合わせることにより高い収束性を実現できることを明

らかにした。また、問題設定への依存性を検討するために本論文でこれまで数値実験に用いてきたキャビティーフロー問題に加えて U 字型流れ問題についても数値実験を行った。さらにこのように開発した反復ソルバーの収束性が有限要素のアスペクト比によらないことも数値実験的に示すことが出来た。

第 6 章においては非定常 Navier-Stokes 問題に対して同様の数値実験及び考察を行った。非定常問題においては慣性力項が存在するが、これを離散化し全体行列に加えると行列の正定値性が増すため、定常 Navier-Stokes 問題に比べて反復ソルバーの収束性が大幅に改善される。特に本論文で提案した「smoother を改良した Multigrid 法を前処理としたソルバー」に関してこの傾向は著しく、収束性は定常問題に比べて大幅に改善されることが分かった。実際、Reynolds 数 5000 程度の問題に対しても反復数が自由度によらず 20 回程度で収束することが示され、強力なソルバーの開発に成功したことが述べられた。更に、ILU 系統の解法の収束性は移流項の異方性に強く、従って反復数が Reynolds 数に大きく依存しないことも実験的に示した。加えて反復ソルバーの収束性が時間ステップ幅 Δt に大きく寄らないことも実験的に示すことが出来た。

第 7 章においては結論として本研究の成果がまとめられ、また今後の課題・展望についても特心臓シミュレーションを念頭に置いた戦略などを含めて具体的に記述された。

以上を要するに、本研究は非圧縮性を有する流体や超弾性体に対する有限要素解析で生成される連立一次方程式に対して、反復数が自由度に依存しないソルバーの前処理を開発したものであり、心臓シミュレーションなどの大規模生体解析に計算科学の観点から寄与するところが大きい。

したがって、博士（科学）の学位を授与できると認める。