

審査の結果の要旨

氏名 安東 弘泰

カオスの不規則振動を、初期値鋭敏依存性などのカオスの諸性質を有効に利用し、非常に小さな摂動のみで規則的な周期振動へと制御するカオス制御は、カオスの持つ豊富なダイナミクスを効率的に利用するための1つの基本概念である。このような概念の下、カオス制御は、工学的な応用も踏まえて発展している。

一般にカオス制御は、カオスアトラクタに埋め込まれた無数の不安定周期解のうちの1つを目標とし、その安定化により実現される。カオス制御の代表的な手法としては、システムパラメータに時間依存の微小摂動を与え、制御目標となる周期解の安定多様体に軌道をのせる方法 (Ott-Grebogi-Yorke (OGY)法) と、時間遅れによる値の差分を利用する方法 (Delayed Feedback Control (DFC)法) がある。さらに、元のダイナミクスに新しいパラメータを付与し、元のダイナミクスとは独立に新しいダイナミクスを創り出し、そのダイナミクスにおける周期軌道を安定化する制御法 (Constant Feedback (CF)法) も有効な制御法として提案されている。この手法の利点は、制御対象となるシステムの詳細な情報をまったく必要としないことや、またその単純さによる様々な系への適用可能性である。本論文では、CF法の拡張手法を扱っている。

本論文は、「低次元非線形システムにおけるフィードバック調節型制御に関する研究」と題し、6章より成る。

第1章「序論」では、カオス研究の歴史からカオス制御の起源に関する説明と本論の構成をまとめている。

第2章「非線形力学系におけるカオス制御」では、議論を進めるにあたって必要な、非線形力学系の定義や概念を導入している。ここでは、カオスなどについての定義を詳しく説明している。同時に、本論文のテーマとなるカオス制御の代表的手法を2例紹介し、その実験系への適用例や工学的応用可能性などについて議論している。

第3章「フィードバック調節法によるカオス軌道の安定化」では、本論文で主眼となるフィードバック調節法について説明し、いくつかの1次元の離散時間力学系に適用することで、その有効性を数値的に示している。フィードバック調節法とは、CF法で導入された新しいパラメータに関して、一定長の時系列における最大値を利用してパラメータ値を調節する方法である。この調節法を繰り返すことで、カオス領域における安定周期解の窓へパラメータを収束させることができる。ここでは、数値実験による高い収束率により、その収束性を検証している。

第4章「低次元カオスにおける周期解の自動的制御と追跡」では、第3章で提案したフィードバック調節法を、制御目標となる周期解の周期をあらかじめ決定できるように改良している。具体的には、最大値をとる過程において、最大値とその次に大きい値が観測される時間の時間差が、所望の周期長だけはなれているときのみ調節を実行するという方

法である。さらに、調節したパラメータを0にする方向にパラメータ値を変化させることで、得られた周期解をもとにして、元のシステムに内在している同じ周期をもつ周期解を検出する方法を提案している。これにより、従来のカオス制御と同種の結果が得られる。これらの改良手法を、1次元離散時間力学系のみならず、ポアンカレ切断面を利用することにより、2種類の散逸的な3次元連続時間力学系へ適用している。さらに、手法のロバスト性を示すため、ノイズが存在する場合においても数値実験を行い、制御可能であることを示している。ここで、提案手法は、先に挙げた従来のカオス制御法のもつ問題点を克服している。つまり、提案手法は、低次元システムに関して、OGY法における安定多様体の計算コストの問題を解消しているため、実時間システムへのより高い適用性が示唆される。また、DFC法やCF法にも伴う主要なパラメータの設定を、自動的に行っているという利点を持つ。

第5章「過渡過程による低次元システムの不安定周期解の検出」では、第3章、第4章の発展として、周期解を介した非線形システムの解析を行っている。具体的には、変数、パラメータの初期条件に関して、その変数の初期値から始まる一定長の時系列を観測する。そして、時系列の最大値までの時間ステップ数を記録する。この操作を初期条件を考慮する領域内で変化させて繰り返し、初期条件と最大値を対応付けて1つの参照図を作成する。この参照図には、対象となるシステムの分岐構造を見出すことができる。また、その参照図を応用して、観測した時系列の長さ以下の周期を持つ不安定周期解を網羅的に検出することが可能である。ここで、第3章、第4章において得られた周期解が、システムダイナミクスに内在する1つの制御対象であったのに対して、この章での周期解は、網羅的に検出されることにより、システム全体を理解するためのシステムダイナミクスの構成要素として捉えられている。そして、不安定周期解を検出することは、フラクタル次元などのシステムを特徴付ける量を計算することや決定論性の判別に利用することができる。

第6章「結論」では以上の結果に対する、まとめと議論を行っている。

以上を要するに、本論文は従来のカオス制御法にみられる問題点を克服する新しい手法を提案し、またその発展として、分岐構造の視覚化や不安定周期解の網羅的検出により、非線形システムの新しい解析手法を提案したものである。これは数理情報学上貢献するところが大きい。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。