

## 審査の結果の要旨

氏 名 田 中 冬 彦

本論文は古典的な統計理論および最近急速に進展を見せている量子統計理論の二つの理論的な枠組において、幾何学的アプローチを用いることによりベイズ予測理論を展開している。前半の古典的な統計理論に関する部分では、ガウス型の定常時系列データのベイズ予測問題を取りあげ、幾何学的な手法を用いて性能のよい事前分布の構成法を示している。また後半の量子統計理論に関する部分では、量子系のベイズ予測を新たに定式化し、量子ガウス状態族の予測問題や量子ガウスモデルの幾何学的な構造を研究している。それぞれの部分において、多くのオリジナルな結果を導いており、論文は英文で130ページ以上の充実したものとなっている。

古典的な統計理論においては、独立同一分布のもとでのベイズ予測は広く知られており詳しく調べられているが、時系列データでは観測値は独立ではなく、確率過程として扱う必要がある。このような場合、理論的な取扱いははるかに難しくなるが、注目している確率過程が定常ガウス過程に従う場合には、未知のスペクトル密度を推定する問題に帰着できる。このために、独立同一分布におけるベイズ予測の理論的な結果を定常ガウス過程にしたがうデータの解析に適用できると期待される。前半ではこのような問題意識にもとづき、独立同一分布のもとでのベイズ予測に関する諸結果を定常ガウス過程の場合に拡張することに成功している。後半の量子系における予測の問題に関しては、与えられた量子系の状態を、測定装置を固定した状況で精密に推定するという問題は状態再構成として古くから知られており、近年では実験技術の進歩とともに量子情報の視点からも多くの物理学者の興味を引いていた。本論文ではこのような問題設定において、古典的なベイズ予測の諸結果を拡張し一般化することに成功している。以下、論文の各章の内容を要約する。

まず第2章では予備的な内容として、将来の観測値の確率分布を推定するという立場から予測の基本的な概念について説明し、ベイズの枠組みで最適な予測方法を紹介している。特にパラメータの事前情報が無い場合には、無情報事前分布としてフィッシャー情報行列に基づくジェフリーズ事前分布がしばしば利用されることを述べている。さらに、定常ガウス過程の中でも基本的な自己回帰過程（AR過程）や自己回帰移動平均過程（ARMA過程）のフィッシャー情報行列について説明している。

第3章では、スペクトル密度を微分幾何学的な量、つまり座標系に依存しない量で漸近展

開することでジェフリーズ事前分布の代わりに優調和事前分布を用いた予測方法が優れていることを示している。

第4章では微分幾何学的な性質を詳しく調べることで2次のAR過程では優調和事前分布が構成できる事を示し、第5章では2次のAR過程で実際に数値実験を行い、第3章で得られた理論を確認している。また、一般のAR過程でも優調和事前分布の明示的な形を導出している。

第6章では、ARMA過程のなすモデル多様体の微分幾何学的な構造を調べ、ARモデル多様体との幾何学の違いを指摘している。

続いて、論文の後半では量子系のベイズ予測を取り扱っている。

第7章では量子統計の歴史を概観し、基本的な概念について叙述している。密度作用素の推定では、データ数が少ない場合に単純にパラメータを標本平均に置き換えてしまうと、統計的な誤差のために行列自体が負の固有値を持つという問題点があった。この問題を回避するためのアドホックな手法は幾つか提案されていたが、第8章では密度作用素の推定問題をベイズ予測の枠組みでとらえ、最適な推定方法がベイズ予測密度作用素になることを示している。

第9章では損失関数をさらに一般のクラスに拡張して同様の結果を導き具体的な計算例を与えている。

第10章では状態再構成問題の中でも、量子光学でしばしばとりあげられるガウス状態族に関する予測問題を取り扱っている。

第11章では、前半で展開された優調和事前分布の議論を量子系に拡張する最初の試みとして、ガウス状態族のなすモデル多様体の幾何学を調べている。その中で、スケール不変性がプランク定数のオーダーで破れることも示しているが、これは不確定性原理の情報幾何学的な表現と解釈できる。

第12章ではこれら一連の研究成果を今後の展望と共にまとめている。

以上を総合するに、本論文はベイズ予測理論に対する幾何学的アプローチを古典統計理論、量子統計理論の双方に応用し、統一的な観点から多くの貢献を与えており、数理情報学分野の発展に大きく寄与するものである。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。