論文審査の結果の要旨

氏名　筬島 靖文

本論文は、マリアバン解析及び大偏差原理に基づく漸近展開理論の数理ファイナンスへの応用について論じたものである。

$W(t), t \geqq 0$, を標準ウィナー過程としたとき、ブラック・ショールズモデルでは割り引かれた資産価格過程 $S(t)$ は、$\sigma > 0$ をパラメータとして確率微分方程式

$$S(t) = S_0 + \sigma \int_0^t S(s)dW(s),\ t \geqq 0$$

で与えられ、満期 $T > 0$、行使価格 K のコールオプションの価格は $E[\max\{S(T) - K, 0\}]$ で与えられる。S_0 は現在の資産価格であり観測でき、K, T は契約により決められているので、この式は変数 σ の関数 $f(\sigma)$ と見なせる。もし、このオプションが市場で取引されており、その価格が p であるならば、$p = f(\sigma)$ を満たさねばならない。これは、σ の方程式と見なせるので、これを解き σ が求まる。これを implied volatility （以下 IV と略記する）と呼ぶ。しかし、現実の市場ではこの IV は一定ではなく、満期や行使価格が変わると変化することが知られている。このためブラックショールズ式は現実を完全に記述したモデルとは見なされておらず、より複雑な資産価格過程モデルが金融機関では用いられている。一般にこのようなモデルは多種のオプションの市場価格を説明できるようにするため、パラメーターを含んでおり、市場価格をよりよく説明するための最良のパラメータを見つけることが必要となる。このためにパラメータが与えられた時、直ちに IV を計算して返すプログラムの構築が重要となる。論文提出者は多次元拡散過程モデルの確率微分方程式

$$dX_\varepsilon(t) = \sum_{k=1}^d \varepsilon V_i(t, X_\varepsilon(t))dW^k(t) + V_0(t, X_\varepsilon(t))$$

$$X_\varepsilon(0) = x_0$$

を考え、その第1成分 $X_\varepsilon^1(t)$ が資産過程であるとする(よって、$V_0^1(x) \equiv 0$ である)。満期 T、行使価格 K が与えられたときのコールオプションの価格

$$C(\varepsilon, K) = E[\max\{X_\varepsilon^1(T) - K, 0\}]$$

に対して、

$$e(K) = -\lim_\varepsilon \varepsilon^2 \log C(\varepsilon, K)$$

が存在することが知られているが、論文では $e(K)$ 及び

$$\exp(\frac{e(K)}{\varepsilon^2})C(\varepsilon, K)$$

の第２次近似までの漸近展開式の係数を具体的な式で与えた。また、$\sigma(\varepsilon, K) > 0$ を

$$C(\varepsilon, K) = E[\max\{x_0^1 + \sigma(\varepsilon, K)W^1(T) - K, 0\}]$$

で与えるとき、$\sigma(\varepsilon, K)$ に対する ε が２次までの漸近展開公式を与えることに成功した。これは IV の計算に対応する結果である。また、ファイナンスでよく用いられる SABA モデルに対する Hagan の公式と呼ばれるもののある種の正当化を与えた。さらにより一般の一般化 SABA モデルを提唱し、それについても公式を具体的に与えた。

このような公式を導くに当たり、Malliavin, Bismut, Watanabe らの結果が用いられているが、特に Kusuoka-Stroock で示された大偏差原理を含む密度関数に対する漸近公式に現れる係数の最初の項を比較的わかりやすい計算可能な式を与えることに成功している。この結果は純粋な数学的結果であり、ファイナンス以外の応用も考え得る。

このように本論文では数学的にも新しい事実を示すと同時に共に、ファイナンスの実務に実際に用いることのできる一般的な漸近展開公式を与えており、単に数学的な観点からだけでなく、より複雑なモデルを実務で使える道を開いたという点でファイナンスの実務の観点からも高く評価できるものである。

よって、論文提出者　筬島　靖文　は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。