論文の内容の要旨

Holography of Two-point Correlators in the Large R-charge Limit
(R電荷が大きい極限における二点関数のホログラフィー)

辻　晶弘

重力を含む自然界の相互作用を統一的に記述する理論として最も有力視されているのが超弦理論である。現在、超弦理論はその非摂動的な性質を調べる段階にあり、さまざまな観点からの研究が進められている。その一つに、'97年にMaldacenaによって提唱されたAdS/CFT対応と呼ばれるものがある。これは、反ド・ジッター時空と呼ばれる時空の曲率が負の時空の中に存在する超弦理論と、その時空の境界に存在しているある共形場理論が同じ現象を記述しているというものである。具体的な例として、10次元のうち5次元が反ド・ジッター時空で残りの5次元がコンパクト化した球面であるような時空上の弦と超対称性が4つあるような4次元のSU(N)超ヤンミルズ理論が対応していると考えられている。この対応関係は、従来の弦理論、ゲージ理論の摂動的な描像では理解できなった非摂動的な性質を対応したもう一方の理論の摂動論によって議論できる可能性を示唆しているという点で非常に興味深いものである。

この対応の特徴的な点は、相関関数の対応関係が、ホログラフィーと呼ばれる性質によって理解されるところにある。ホログラフィーとは、時空上の物理が、その境界上の情報で記述できることを指す。GKP-Witten関係式は、適当な境界条件を課した時空上の弦の多点関数が、その境界上の対応したオペレータの多点関数と等価であることを示唆し、BPS状態に関してはその関係は確認されている。しかしながら、二つの理論で有効なパラメータ領域が異なるため、非BPSな場合にAdS/CFT対応を定量的に確認することは簡単ではなかった。

しかし、そのような問題に対して Berenstein、Maldacena、Nastase らは重心が 5 次元球面を角運動量 J で回転している反ド・ジッター時空上の弦と、対応した量子数をもった超ヤンミルズ理論のオペレーターを考えることによって、量子補正が入った弦理論のエネルギースペクトルとヤンミルズ理論の異常次元を直接比較する事に成功した。その際、重要となったのは't Hooft coupling を J^2 で割った量を定義し、この量を一定に保ったまま J を大きくすることで、両理論ともに $\tilde{\lambda} \equiv \frac{\lambda}{J^2}$ の正冪で摂動展開することが出来るようになったところである。さらに、このような対応関係は他の複数の量子数が大きい場合においても成り立つことが示された。この対応を spinning string/spin chain 対応と呼ぶ。

しかしながら、この対応関係は従来のホログラフィー的な解釈とは異なり、弦の古典軌道は、時空の境界には到達しないことが知られている。その原因は、境界付近に高いポテンシャル障壁が存在するからである。この問題に対して、土橋氏、島田氏、米谷氏らは量子力学におけるトンネル効果の考え方に従い理論を展開することによって、境界に端をもつ弦の軌道を得た。さらにその軌道周辺の揺らぎを考慮することで BMN 対応に対するホログラフィックな解釈を得た。

本論文では、まずこのような背景を簡単に説明し、その後米谷氏らによって提唱された BMN 対応のホログラフィックな解釈を次の二つの場合において考えたい。

1. spinning stgring/spin chain 対応
2. 有限温度系

1．に関しては、AdS 方向の古典軌道は米谷氏らの場合と同様の議論ができるため、問題は 5 次元球面上の非自明な振舞との関係のみである。本論文では、境界条件に応じた適切な正則化をすることによって、次のように定義されるホログラフィックな二点関数

$$\langle \mathcal{O}_b(l; J_i) \mathcal{O}_b(0; J_i) \rangle = \exp\left(-\bar{S}_{\rm reg}\right)$$

がちょうど対応した境界上の場の理論の二点関数と一致することを示した。この関係式はちょうどウィルソンループの二点関数のホログラフィックな計算と類似していることに言及しておく。

2．では温度 T におけるホログラフィックな二点関数の振舞について議論する。AdS/CFT 対応においては、境界が $\mathrm{S}^1 \times \mathrm{R}^3$ であるような場合は、常に境界上の場の理論は非閉じ込め相であることが知られている。そのため、ホログラフィックな二点関数を議論することは、非閉じ込め相の場の理論に対する示唆を与えるという点で非常に重要であると考える。

結果として、我々はR^3方向に対して次のような振舞を示す二点関数を得た。

$$\langle \mathcal{O}(l;J_i)\mathcal{O}(0;J_i)\rangle_{h,hol} = \begin{cases} \left(\frac{z_0}{l}\right)^{2\sqrt{\lambda}J} & (l \ll h) \\ \exp\left(-\frac{\sqrt{\lambda}J}{h}l\right) & (l \to \infty). \end{cases}$$

ここで、$h = \frac{2\pi}{T}$である。また、低温展開によって、十分近距離における温度補正が

$$\langle \mathcal{O}(l;J)\mathcal{O}(0;J)\rangle_T \simeq \left(\frac{z_0}{l}\right)^{2\beta}\left(1 - \frac{2\pi^4}{15}Jl^4T^4\right).$$

と書けることを示し、この補正項とユニタリー行列近似による非閉じ込め相のゲージ理論の解析との関係性について議論した。

以上で示したように、本論文は、初めて spinning string/spin chain 対応の二点関数による理解を与え、さらに有限温度系に応用することで非閉じ込め相における二点関数の振舞を予言したという点で重要な結論を与えたと考える。