

論文審査の結果の要旨

氏名 有 田 親 史

本論文では、非対称単純排他過程と呼ばれる数理模型に関する厳密な結果が述べられています。非対称単純排他過程とは、1次元格子上的相互作用する多体系の一種です。各粒子は左右に隣接する格子点が空いていれば、そこにあるレートで移動できますが、隣接する格子点が他の粒子で占められていると移動できません。後者が排他的な相互作用を表しています。粒子の左右に移動するレートが非対称であるため、粒子の流れを持った定常状態が実現します。そのため、非平衡定常状態を統計物理学的に研究するための出発点として盛んに研究されています。

また、非常に単純化しているとは言え、m-RNA上をタンパク質を合成しながら移動するリボソーム群の模型ともなっています。工学の分野でも、交通流の渋滞の本質を表す模型として研究されてきました。

本論文では、この非対称単純排他過程を多成分に拡張した場合について議論しています。本論文は5章からなりますが、第2章では、開いた境界条件を持つ2成分完全非対称単純排他過程の厳密解が与えられています。(粒子が左に移動する確率がゼロである場合を「完全非対称」と呼びます。)第3章では、粒子の脱着まで考慮した非対称単純排他過程の定常状態分布関数が、ある簡単な形に書けるための必要十分条件が与えられています。第4章では、周期境界条件を持つ多成分非対称単純排他過程が定常状態へ収束する様子が、一成分のそれと一致することを強く示唆する結果が与えられています。いずれも非常に新しい重要な寄与であると評価できます。なお、第1章はイントロダクション、第5章はまとめです。以下に第2章から第4章の内容について、もう少し詳しく述べます。

第2章で扱われている2成分完全非対称単純排他過程では、2成分のうちの1成分だけが、系の左端にレート α で加えられ、系の右端からレート β で除かれます。もうひとつの成分の粒子については、出入りはないとします。有田氏は、以上の模型の定常状態を行列積の形で厳密に与え、それを用いて粒子密度や粒

子流密度を厳密に計算しました。その結果、パラメータ α と β で与えられる相図の形が、これまで研究されてきたモデルの相図とは本質的に異なることを発見しました。バルクの性質が同じように見えても、系の両端での密度減衰の特徴的長さによって相が分かれているのが相図の大きな特徴で、新しい成果と評価できます。

第3章で扱われている、粒子の脱着まで考慮したモデルは、実際に m-RNA 上のリボソームが脱着することがあるのを視野に入れていています。このモデルに対して有田氏は、定常状態が行列積よりも単純なスカラー積で書けるための、パラメータの必要十分条件を示しました。その条件は、例えば系のパラメータ4つに対して2つの条件式が課されるという程度の緩さになっています。定常状態がスカラー積で書けるということは、分布関数がサイトごとに独立であることを意味しています。したがって、あらゆる相関関数が簡単に計算できることになり、それが広い範囲で成り立つことを示したのは著しい成果と言えます。

第4章では、多成分排他過程の時間発展を議論しています。ここで扱われているモデルは、確率過程をシュレーディンガー方程式に見立てた上で、その波動関数をベータ仮説法で構築できます。その波動関数を基に、有田氏は数値計算によって固有値を求め、多成分の場合の定常状態に次ぐ固有値が、一成分のそれと全く一致していることを示唆しました。一成分のモデルでは定常状態への収束が、非対称の場合に **Kardar-Parisi-Zhang** の普遍性クラス、対称の極限で **Edwards-Wilkinson** の普遍性クラスになることが知られていましたが、有田氏の研究によって、多成分でも同じ振る舞いであろうと考えられるようになり、重要な貢献と評価できます。

以上のように、本論文ではこれまでの非対称単純排他過程の研究を超える成果を多く与えています。なお本論文は、国場敦夫氏、澤邊剛氏、堺和光との共同研究を含んでいますが、いずれも有田氏が主導した研究であると判断します。以上より、論文提出者の有田親史氏に博士（理学）の学位を授与できると認めます。