

論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名 坂本玲峰

本論文は6章からなる。第1章はイントロダクションであり、本研究で対象とする箱玉系、主な手法である Kerov-Kirillov-Reshetikhin(KKR) 全単射についての紹介と両者の関連、そして本博士論文の構成が簡潔にまとめられている。

本論文の研究対象は「箱玉系」と呼ばれるセルオートマトンである。箱玉系は可積分系であり、ソリトン方程式の超離散化と関連している。一方箱玉系の状態空間は結晶基底（量子群の変形パラメータ $q \rightarrow 0$ の類似物）のテンソル積で与えられ、時間発展は、量子 R 行列の $q \rightarrow 0$ 極限で与えられ格子模型の極限となっている。箱玉系は量子可積分系とも古典可積分系ともみなせる点において、研究対象として数理論理的に興味深い。その箱玉系の一般解を求めること、初期値問題を解くことは重要な課題である。

箱玉系の状態と結晶基底のテンソル積 (path) が同一視できる一方、結晶基底のテンソル積とヤング図形の組の各行に rigging と呼ばれる整数を割り振った rigged configuration との間には一対一対応がある。両者を結ぶ全単射は KKR 全単射と呼ばれる。この KKR 全単射を用いると、箱玉系の時系列に対応する rigged configuration は、箱玉系の初期状態で決まるヤング図形の組と、時間の一次関数で与えられる rigging で与えられ、それぞれが作用変数（保存量）と角変数に対応する。この KKR 全単射を用いて箱玉系の逆散乱形式を得、その初期値問題を解いたことが本論文の主な成果である。

第2章においては、KKR 全単射の表現論的起源について述べている。もともと組み合わせ論的な煩雑な手続きとして定義されていた KKR 全単射を、組み合わせ論的 R 行列とエネルギー関数を用いて再定式化し、その証明を与えたことがこの章の主な結果である。

第3章では第2章の結果に基づき箱玉系の一般 N ソリトン解を導き、初期値問題を解いた。その際用いた rigged configuration から箱玉系の状態への逆散乱写像は、Fermi 型公式と呼ばれる Kostka 多項式とその一般化に対する多項式の恒等式を証明する際に現れる組み合わせ論的な全単射であった。この逆散乱写像はソリトン理論における KP 方程式の τ 関数の超離散化にもなっている。

第4章では、結晶基底のテンソル積から rigged configuration を得る写像について結晶理論に基づく方法について議論している。

第5章では、これまでの長さ無限大の箱玉系に対して得られた結果を周期的箱玉系へ拡張し、その一般解を導いた。そして周期箱玉系の τ 関数がリーマンテータ関数の超離散極限によって表されることを示した。

第6章で結論と今後の展望について述べられている。

箱玉系という古典ソリトン系に対する逆散乱形式を得たこと、内部自由度を持つ箱玉系の初期値問題をはじめ解いたこと、ソリトン理論における τ 関数と組み合わせ論におけるフェルミ公式の関連が見出されたこと、以上の点を審査委員会は評価した。

本研究の成果は Nuclear Physics B, Journal of Algebraic Combinatorics, Journal of Statistical Mechanics, Letters in Mathematical Physics の各専門誌に原著論文として発表されている（一篇は印刷中）。

なお、本論文第2章で述べられている結果は、国場敦夫氏、高木太一郎氏、尾角正人氏、山田泰彦氏との共同研究の成果であり、第3章、第5章の結果は、それぞれ国場氏、山田氏との共同研究、国場氏との共同研究との成果である。しかし論文提出者が主体となって分析および検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。