論文審査の結果の要旨

氏名　　鈴木　了

超弦理論は自然界の重力を含むすべての相互作用を統一する理論として期待されて研究が続けれられている．ここ十年ほどの進展のなかで生み出された新しい概念として，「重力・ゲージ対応」と呼ばれる重力理論とゲージ理論の間の対応関係がある．これは，従来は異なった相互作用を異なった原理に基づいて記述していると考えられていた一般相対性理論とそれを含む超弦理論が，実は物理量の適当な読み替えのもとで，ゲージ理論のある特別な極限としても同等に記述できるという可能性である．超弦理論が両者を自然に含む統一理論であることから初めて到達できた考え方である．そのうち最もよく研究されてきたのは，本論文のタイトルにある AdS/CFT 対応と呼ばれるもので，典型的には４次元時空で共形不変性を保つ最大超対称なゲージ理論と，５次元の反ド・ジッター空間と５次元球面の積（$AdS_5 \times S^5$）がなす１０次元時空における超弦理論との対応関係である．この対応関係は，現在のところあくまでもいくつかの根拠に基づいた「予想」の段階にあるものであるが，この予想を様々な状況において確認するための研究が盛んに行われている．さらに，この予想を４次元 QCD のような，より現実的なゲージ理論にも拡張しようとする試みもなされており，今後の超弦理論およびゲージ場理論の発展にとって，その潜在的な重要さには計り知れないものがある．

本論文の目的は，AdS/CFT 対応に関してゲージ理論側，弦理論側の両方にある積分可能性の性質をもとに，両者の関係を結合定数の全領域で有効な方法で調べようとするアプローチに関して新知見を与えることにある．具体的には重力（＝１０次元超弦理論）側で，３次元球面（あるいは３次元反ド・ジッター空間）部分に広がりを持ったある特定なクラスの弦の運動の古典解を系統的に構成し，さらにそれらの解の弦理論側にとっての意味およびゲージ理論側との対応関係について考察を与えている．

以下，本論文の構成に即して概要を述べる．第１章では，AdS/CFT 対応の背景と研究の現状について述べた後，本論文の議論に関わる積分可能性に基づいてここ数年なされてきた研究の進展の概略を説明し，本論文の構成が述べられている．第２章から第５章は，第６章以後の議論のための準備として，重力側およびゲージ理論側の積分可能性の内容とその具体的適用例について，８０ページ程をかけたかなり詳細なレビューにあてられている．

続く第６章から第９章は論文申請者自身の研究に基づいている．まず第６章は，$S^3 \times R_t$ 時空（時間１次元と３次元球面のなす４次元時空）方向に拡がり，重心は AdS 時空の中心に静止している弦の古典解を調べる．この場合には，１９７０年代から知られている $O(4)$ 非線型シグマ模型と複素 sine-Gordon 方程式（以下 CsG と略する）との関係を応用することにより，弦の運動方程式と拘束条件（Virasoro 条件）を合わせたものを，CsG 系の解と関係づけることができる．後者については古くから研究されており，多様な古典解が知られているので，この関係に基づき弦の古典解を求めるのがこの章の主眼である．特に sine-Gordon 系で helical wave と呼ばれる型の解にもとづいた解を詳しく調べている．この解はいくつかのパラメターにより特長づけられるが，その様々な極限での振る舞いを，数値計算も援用して詳しく調べることにより，すでに知られている解を含むより一般の解であることが示されている．また，ここで得られている解と第３

章でレビューされたより一般的な意味での弦の古典理論の可積分性に基づいた解の既知の構成法との関係について，他のグループによってなされた結果について触れられている．

第7章では，前章で論じられた解から弦の世界面上のパラメター τ（時間），σ（空間）の交換によって得られる解の分析がなされている．これらの解は，一般に3次元球面の角度変数に関して多数回巻き付きついた解になる．また，時間変化で見ると、弦の広がりに関して空間的な形状がパルス的に変化する解になっている．これらの解についても，様々な極限で性質を調べて時空的な描像を明らかにしている．また，前章でも論じられたより一般の可積分性に基づいた解釈も与えられている．

第8章は，前章までの議論の拡張として $\mathrm{AdS}_3\times\mathrm{S}^1$ 時空での弦の古典解の解析を行う．この場合は，これまでの $\mathrm{O}(4)\times\mathrm{R}_t$ シグマ模型の代わりに $\mathrm{O}(2,2)\times\mathrm{O}(2)$ シグマ模型を扱うことになり，$\mathrm{S}^3\times\mathrm{R}_t$ の場合から変数の一部を虚数軸へ回転することにより得られる．その結果，CsG 系は複素 sinh-Gordon 模型に置き換わり，これまでの解析と平行した解析が可能である．

第9章では，有限体積効果に関する考察を行う．有限体積効果とは，1次元格子にならんだスピン変数の個数（J）が有限の場合に対する無限大の場合からの補正のことである．ここでは giant magnon と呼ばれる励起状態の場合に先行した研究で与えられていたラッピング相互作用の効果による指数関数型の有限体積効果に関する議論を拡張し，dyonic giant magnon（2個の角運動量 J_1, J_2 によって特長づけられる）の場合の議論を行っている．まず，これまでの章で求めた helical string 解に基づき，dyonic giant magnon の重力＝弦理論側での有限体積効果を調べ，J_1 が大きいが有限の場合の補正項を導びく．次に，先行する研究で用いられている，スピン系の有限体積補正を2点グリーン関数の場合に無限体積の場合からの補正として計算するための Lüscher の公式に基づき，有限体積効果は有限体積での自己エネルギーの計算に帰着することが説明されている．さらに，自己エネルギーの計算における主要効果は，中間状態についての積分の質量殻付近の寄与であるという性質に着目し，マグノン励起状態のS行列を用いて計算を実行している．こうして得られた結果は，本章の前半に与えた弦理論側での古典解の分析結果と一致することが確かめられている．

以上のように，本論文は，新しい種類の拡がった弦の古典解を具体的に構成しその性質について詳細な分析を与えた上で，さらにその結果とゲージ理論側のスピン系における有限体積効果との比較を行い両者の整合性を示した．AdS/CFT 対応に関して今後の研究に有用な新しい知見を得た充実した内容を備えている．よって，審査委員会は全員一致で本論文は，博士（理学）の学位を授与するのにふさわしいものであると判定した．