論文審査の結果の要旨

氏名　十　倍　大　仁　郎

本論文は、Rashba 型スピン軌道相互作用を導入したランダム系や準周期系などのエネルギースペクトルの統計的振舞いに注目することで、大別して３件の新しい知見を与えるものである。本論文は４章からなる。第１章は、導入部でありランダム行列理論発展の歴史から説き起こし、ハミルトニアンの対称性のみから展開されるランダム行列理論の基礎的な部分、特に最近接準位分布統計に対する応用について要点をまとめている。

続く第２章では、不規則系の（隣接準位統計ではなく）準位交差時のギャップに着目し、この論文での発見である不規則系のギャップ分布関数における新しい普遍性が提示される。まず、ギャップ分布関数の概念を導入し、これに対して数値計算を行っていく上での道具立てである、Rashba スピン軌道相互作用、シリンダーに対する捻られた境界条件、などを用意する。その上で不規則ポテンシャルが弱い領域において、Rashba モデル、グラフェンモデル、量子ホールモデル、Anderson モデルについて、ギャップ分布関数を求め、系のサイズがある程度以上あれば、サイズに依存せずにこれらがすべて単一の試行関数で極めて良く表されることを数値的に示している。これまでギャップ分布関数を系のサイズに依らなくなる大きさまで計算した例はないため計算自身が新しく、また、普遍性の発見は準位統計分野での成果ということができる。収束が速められた要因はスピン軌道相互作用にあることが示されているが、その原理については推測の段階である。また、得られた普遍性が高いと考えられるギャップ分布関数は、これまで漠然と予想されてきたカオス系などに適用可能な Zakrzewski 分布とは、特にギャップの大きな領域で関数型が異なっている。その理由について、物理的考察を加えている。

更に一般性を高めたランダム行列モデルを考え、直交、ユニタリー、シンプレクティックの３つのユニバーサリティクラスにおいて、ギャップ分布関数が、上で発見した試行関数で良く表されることを示している。ただし、試行関数は、ユニバーサリティクラスに依存するパラメーターを含んでいる。章の最後に、ここで見いだしたギャップ分布関数の普遍性が、Landau-Zener 型トンネルを介してスピン Hall 効果のゆらぎに現れる可能性を指摘・議論している。

第３章において、１次元準周期系を扱っている。１次元準周期系として Harper モデルに Rashba 型スピン軌道相互作用を付加したモデルを考えている。

このモデルのパラメーターは、x 方向 y 方向のホッピング積分の比 λ_H とスピン軌道相互作用の強さ λ_R である（1次元モデルだが、2次元にマップしている)。λ_R が 0 の場合、Harper モデルは、$\lambda_H=1$ を境に λ_H の逆数、および波動関数のフーリエ変換を取ることでモデルが元に戻るという特異な対称性(Aubry-Andre 双対性)を持っているが、λ_R が有限でも同じ双対性が成立することが示されている。

このモデルにおいては、波動関数が空間的に局在しているか非局在化しているか、ということが大きな問題の一つである。特に λ_R が有限の場合は、移動度端が存在して局在と非局在の状態が混在している可能性がある。本論文では、まずバンド幅の総和に着目し、これが $\lambda_H>1$ の領域で有限になる境界を相境界とし、Aubry-Andre 双対性を用いて4つの相を導いている。この相図が正しいことは、まず、波動関数の空間分布を実際に計算することで直感的な確認がなされる。次いで、波動関数に対するマルチフラクタル解析が行われている。これは、状態密度の特異性を特徴づける指数 α に対してエントロピー関数 f を定義し、最も大きな波動関数振幅を持つサイトでの α に対する $f(\alpha)$ を調べることで局在・非局在を判定する方法である。この解析においても上述の相図が正しいことが確認された。

1次元準周期系において移動度端を持つ場合が存在し、同時に Aubry-Andre 双対性が存在するモデルは、本研究例が始めてであり、新しい知見である。

最終第4章においては、六角格子を持つ2次元シートであるグラフェンの電子状態についての研究がまとめられている。エネルギースペクトルの準位間隔に着目し、大きく開いたもの、小さいものの起源を摂動論に基づき明らかにした。章の最後では、不規則性などを導入する事による研究の発展方向に対する示唆を与えている。

以上、本論文の成果は主に物理数学におけるものであり、本格的な物理学への応用は今後の研究課題として残されているが、物理数学としては、ギャップ分布関数という新しい側面に着目し、そこでしか見ることのできない新しい普遍性があることを示したことは斬新で重要な成果である。1次元準周期系の相図の解析も新しい知見である。これをもって、博士学位論文としての価値があるものと認める。

なお、本論文第2章は、Yong-Shi Wu、 甲元眞人、佐藤昌利各氏との共同研究、第3章、第4章は同様に甲元、佐藤各氏との共同研究であるが、論文提出者が主になって理論の構築・分析を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。