論文審査の結果の要旨

氏名　中村 祐一

本論文では，様々な一次元強相関系において，次の三つの量が一致することを確認している．即ち massive な素励起分散関係 $\epsilon(p)$ の複素零点 p_0 の虚部 $\mathrm{Im}\, p_0$，相関長の逆数 ξ^{-1}，パラメーター g によりしかるべく非エルミート化した模型のギャップ破壊点 g_c の三つである．$\mathrm{Im}\, p_0 = \xi^{-1} = g_c$．具体的には XY 模型，ハバード模型，XXZ 模型，マジュンダー・ゴッシュ模型，次隣接相互作用入りのハイゼンベルグ模型を扱っている．これらの模型において無限系での厳密解や有限系の数値計算による検証を行い，上記の関係式が強相関系で普遍的に成立すること，非エルミート化が相関長を求める新たな手法になり得る可能性を提唱している．

強相関系は非摂動的効果により顕著な性質を発現する興味深い対象であり，くりこみ群，厳密解，種々の有効理論，数値計算など様々なアプローチにより研究されている．このような現状において，本論文の成果は，非エルミート解析とも呼ぶべき新たな方法論の開拓へ向けて，第一歩を踏み出すものといえる．以下，各章ごとにその内容を概説する．

第 1 章では導入として，本論文の主題である非エルミート化のアイデアについて概説している．ハミルトニアン H_0 のうち，1 次元格子上の遷移を表す運動項，典型的には $c_{n+1}^\dagger c_n + c_n^\dagger c_{n+1}$ を実パラメーター g により $e^g c_{n+1}^\dagger c_n + e^{-g} c_n^\dagger c_{n+1}$ と変形したものを H_g とする．H_g は一般に非エルミートになり，その素励起分散関係は元のエルミート模型の $\epsilon(p)$ を $\epsilon(p+ig)$ と置き換えたものになる．非エルミート模型のギャップ破壊点とは $\epsilon(p+ig_c)=0$ となる実運動量 p が存在する最小の $g_c(>0)$ のことである．勿論このような運動量の複素化とハミルトニアンの非エルミート化の素朴な対応には種々の注意が要るが，後者では分散関係 $\epsilon(p)$ を求める作業を経ずに直接 H_g のスペクトルの g についての特異性を追跡できるのが利点の一つと言える．歴史的背景として，このようなアイデアはランダムポテンシャル中の一電子アンダーソン模型の局在長の解析において最初に導入されたこと，本論文の内容はその強相関系への拡張と位置づけられることなどが述べられている．

第 2 章では XY 模型を扱っている．これは自由フェルミオン系と等価なので，分散関係 $\epsilon(p)$，相関長 ξ，非エルミートハミルトニアンのギャップ破壊点 g_c は厳密に求まり，$\mathrm{Im}\, p_0 = \xi^{-1} = g_c$ が容易に確認される．なお，類似の 1 次元横磁場イジング模型では，等価なフェルミオン系が運動量の対 $\pm p$ を混合する基底で対角化されるという事情を反映して，先に述べた素朴な非エルミート化法は機能しないことも指摘している．

第 3 章ではハバード模型について考察している．厳密解 (ベーテ法) により知られていた相関長 ξ と電荷素励起の分散関係 $\epsilon(p)$ を用いて虚部 $\mathrm{Im}\, p_0 = \xi^{-1}$ を持つ零点 $\epsilon(p_0)=0$ が存在することを証明している．また，ハバードハミルトニアンの非エルミート化 H_g を提唱，ベーテ法による対角化を実行している．その結果，擬運動量空間でのある解析性の仮定のもとに分散関係が $\epsilon(p+ig)$ にシフトすること，従ってギャップ破壊点は $g_c = \xi^{-1}$ で与えられること，$g \to g_c$ においてギャップは $\mathrm{const} \cdot |g-g_c|^{\frac{1}{2}}$ と振舞うことなどを解析的に導出している．

第 4 章では反強磁性 XXZ 模型のイジング的領域を扱っている．考察の対象となる励起はスピノンであるが，周期的境界条件のため，実際にはスピノン対の分散関係が問題となる．この事情を反映し

て，ハミルトニアンの運動項 $S_n^- S_{n+1}^+ + S_n^+ S_{n+1}^-$ の非エルミート化は $e^{2g} S_n^- S_{n+1}^+ + e^{-2g} S_n^+ S_{n+1}^-$ としたものが先の関係式を満たす．内容，結果は３章とほぼ並行しており，ベーテ法による厳密解を用いた検証が詳しく記載されている．

第５章ではマジュンダー・ゴッシュ模型を考察している．これは次隣接相互作用を持つ等方的ハイゼンベルグ模型で，最隣接と次隣接の結合定数の比が $\alpha = \frac{1}{2}$ という特殊値に設定されている場合である．ハミルトニアンは解析的には対角化されていないが，基底状態とそのスピン相関関数については厳密な結果が知られている．特に $\langle S^z S^z \rangle$ の相関長は $\xi = 2/\log 2$ である．本論文では，まず変分法による近似的分散関係の複素零点の虚部が ξ^{-1} に一致することを指摘している．次に XXZ 模型と同様に非エルミート化したハミルトニアン H_g を導入した．基底状態を g で変形した固有状態における相関関数を解析的に求め，$g_c = \xi^{-1}$ を境にその振舞いは定性的な変化を起こすことを示している．

ここまでは主として無限系における解析的結果である．第６章では有限サイズ L の非エルミート模型を数値解析している．ハバード模型，XXZ 模型以外に，厳密解の得られていない次隣接ハイゼンベルグ模型で最隣接と次隣接の結合定数の比 $\alpha\,(>0)$ が一般の場合を扱っている．有限系で，g の変化につれてギャップが閉じる基底，励起エネルギーの対を適宜選択すると，ギャップ破壊点 $g_c(L)$ の $L \to \infty$ への外挿が他の手法で求められた ξ^{-1} と合致することを検証している．

第７章では論文全体の要約と展望が述べられている．特にどのような非エルミート化がどのような相関関数の相関長に対応するのかといった原理的な問題を今後の課題として挙げている．

本論文は強相関系について新しく興味深い知見を提供しており，学位論文として十分な内容を持っている．

なお，本論文の一部は羽田野直道氏との共同研究に基づくものであるが，論文提出者が主体となって分析および検証を行ったもので，その寄与は十分であると判断する．

以上のことから，博士（理学）の学位を授与できると認める．