

## 論文内容の要旨

論文題目 Analysis of superconformal infrared fixed point via  
 $a$ -maximization

~~α~~ $a$ -最大化法による超対称赤外固定点の解析

氏名 八木 太

4次元  $\mathcal{N}=1$  超対称ゲージ理論は、高エネルギーの物理を記述する有力な候補として重要であるばかりでなく、強結合の物理に対する示唆を得ることができるという点でも興味深い。一般に、漸近自由な理論では低エネルギーにおいて相互作用が強くなるため、摂動論による解析は近似が悪くしばしば解析が困難になる。しかし、超対称ゲージ理論は、その対称性が理論に強い制限を与えるため、たとえ強結合であってもしばしば厳密な解析をすることが可能になる。さらに、この理論はゲージ群や物質場の詳細によって、閉じ込め相やクーロン相などの様々な真空が実現することが知られ、 $\mathcal{N}=2$  や  $\mathcal{N}=4$  の超対称性を持つ理論と比べて複雑で豊かな真空の相構造を呈している。従って、4次元  $\mathcal{N}=1$  超対称ゲージ理論は強結合のダイナミクスに対する一般的な示唆を得るのに適した理論であると考えられる。

漸近自由な理論の低エネルギーにおける性質は、繰り込み群に赤外固定点が存在するかどうかによって大きく異なってくる。もし、4次元  $\mathcal{N}=1$  超対称ゲージ理論が非自明な赤外固定点（超対称赤外固定点）にフローする場合には、低エネルギーにおいて近似的に超対称共形場の理論が実現する。このような超対称赤外固定点の解析が本論文のテーマである。

このような超対称共形場の理論において重要な量のひとつに、ゲージ不変な演算子の共形次元がある。共形次元の重要性を示す例として、その演算子の 2 点相関関数が対称性の制限から共形次元だけで決定できることや、ある相互作用が繰り込みの意味で relevant か irrelevant かを共形次元から判断できることなどが挙げられる。ところで、超対称共形場の

理論においては、ゲージ不変なカイラルプライマリー演算子の共形次元は、対称性の代数に含まれている  $U(1)_R$  対称性のチャージから求めることができることが知られている。従って、その  $U(1)_R$  チャージを求めることは超対称性赤外固定点の性質を知る上で非常に重要なことであり、そこから 4 次元  $\mathcal{N}=1$  超対称ゲージ理論の低エネルギーでの振る舞いに関する重要な情報を引き出すことができる。 $U(1)_R$  チャージから引き出せる情報のうち、特に今回注目したのは、ゲージ不変なカイラルプライマリー演算子のうちどの演算子が赤外固定点でデカップルしているかということである。これは、考えている超対称共形場の理論にどのようなゲージ不変な演算子が存在するかという、その理論について知る上で不可欠な情報に直接関係するため、非常に重要な情報である。

どの演算子が赤外固定点でデカップルするかは、ゲージ不変なカイラルプライマリー演算子の  $U(1)_R$  チャージに対するユニタリティからの制限の考察から知ることができる。 $U(1)_R$  チャージを計算する際に、赤外固定点での大域的対称性は紫外領域で古典的にみえているものと同じであると素朴に仮定した場合、しばしばこのユニタリティからの制限を破る結果が得られることがある。そのような場合には、制限を破ったように見える演算子が、実は自由場になって理論からデカップルしており、そのデカップルした場のみを変換する  $U(1)$  対称性が赤外固定点で現れることを考慮して前述の計算結果を修正すると、ユニタリティからの制限を満たすようになると考えられている。すなわち、 $U(1)_R$  チャージをきちんと計算する過程でどの演算子がデカップルするかを知ることができるのである。

ところが近年まで、理論に  $U(1)_R$  対称性以外にアノマリーフリーなフレーバー  $U(1)$  対称性がある場合には、各々の場に対する  $U(1)_R$  チャージを決定するのが困難だと考えられてきた。これは、アノマリーフリーの条件だけからは、複数ある  $U(1)$  対称性のうちどの基底が超対称共形代数に含まれる  $U(1)_R$  対称性かを決定できないためである。この問題を解決したのが 2002 年に Intriligator と Wecht によって開発された「 $\alpha$ -最大化法 ( $\alpha$ -maximization)」という方法である。これは、アノマリーフリーの条件が許すあらゆる  $U(1)_R$  チャージの候補のうち、 $U(1)_R$  対称性に関するアノマリー係数を用いて定義される「試行  $\alpha$  関数」を最大化 (3 次関数なので厳密には極大化) するものが真の  $U(1)_R$  チャージである、という形で定式化される。この  $\alpha$ -最大化法によって、4 次元  $\mathcal{N}=1$  超対称共形場の理論の研究が飛躍的に進み、それまで知られていなかった性質が次々と明らかになっていった。

その中でも特に顕著なのが、Kutasov らによって行われた、4 次元  $\mathcal{N}=1$  超対称 QCD に随伴表現の場を加えた理論についての、 $\alpha$ -最大化法を用いた解析である。彼らは、前述のユニタリティからの制限を考慮し、さらに演算子がデカップルした場合の計算の修正方法に関する体系的な方法を開発することにより、デカップルする演算子が基本表現の物質場の数によってどう変わるかを詳細に調べた。その結果、基本表現の物質場の数を減らすに従って、次々と演算子がデカップルしていくという興味深い性質があることが明らかになった。

この性質がこの理論特有のものなのか、もっと一般的な性質なのかを調べることは非常

に意義深いことだと考えられる。そのためには、他の例でも同様の解析を試みる必要がある。また、演算子がデカップルした超対称赤外固定点で実現している理論というのがどのような理論なのかということについて、もっと詳しく考察することも非常に興味深いことである。

そこで、本論文では、 $\text{Spin}(10)$ のゲージ群にベクトル表現の場とスピノル表現の場を入れた4次元  $N=1$  超対称ゲージ理論について  $\alpha$ -最大化法を用いた解析を行った。この理論は、スピノル表現の場が1つだけしかない場合に全てのベクトル表現の場に質量を持たせて integrate out するとダイナミカルに超対称性を破ることや、いくつかの場に真空期待値を与えて Higgs させるとカイラルな理論とノンカイラルな理論が電磁双対になっているような  $\text{Spin}(8)$ の理論が得られることなど、豊かな性質を持つ興味深い理論であることが知られている。従って、この理論は、前述のデカップルに関する性質について調べるためのいくつかの例のうちの1つというだけにとどまらず、それ自身興味深い研究対象であると考えられる。

本論文で実際に行った解析および得られた結果は、主に次の2つである。

### 1、どの演算子がデカップルするかについて

$\alpha$ -最大化法を用いてカイラルプライマリー演算子の  $U(1)_R$  チャージを計算し、前述のようにユニタリティからの制限を考慮することによって、物質場の数ごとにどの演算子がデカップルするかを調べた。その結果、物質場の数が少ないところで、メソン演算子がデカップルしているという結果が得られた。これは、Kutasov らの結果が彼らの理論特有の現象ではなく、もっと一般的な性質であることを示唆している。ただし、そう結論付けるためには、さらに多くの例での解析や、超対称赤外固定点における演算子のデカップリングに関するさらなる考察が必要である。

### 2、演算子がデカップルしたとき、何が起きているかについて

メソンがデカップルした理論というのがどのようなものであるかについて、電磁双対性を利用して考察を行った。メソンがデカップルしていることは、双対な理論側ではそのメソンに対応する基本場を含む相互作用が irrelevant になっていることに対応することに注目し、元のスーパーポテンシャルがない理論が、新たなシングレット場およびそれを含むスーパーポテンシャルが存在する別の理論と、低エネルギーにおいて等価になっていることを、電磁双対性を利用して示した。またその際に、元の理論の記述において高エネルギーでは見えなかった新たな massless 自由度が、低エネルギーで生じていることを明らかにした。さらに補助場の方法を用いることで、それが元の理論の枠内でもうまく説明できることを議論した。