

論文内容の要旨

論文題目 - Development of numerical method in multi-phase flow,
An approach for metal-silicate separation process in magma ocean
(多相流体の数値計算法の開発。

マグマオーシャン中での金属とシリケートの分離過程へのアプローチ)

氏名 市川 浩樹

概要 本研究では、粒子法の一種の MPS 法に基づいた、三次元の表面張力の新しいモデルを開発した。表面張力の数式 ((1) 式) に基づいたモデルは、現在までに二次元の手法は開発されているが、それを三次元に拡張するのは難しい。そこで、三次元の計算モデルを開発した。また、その数値計算法をマグマオーシャンでの金属の分離の問題に適用した。

三次元の表面張力モデルの開発 地球科学の中の流体系の多くは多相流体系である。多相流体では、物質の量の保存性を満たしつつ、相境界の移動を正確に計算機で計算することは難しい。この難点は差分法や有限要素法などのオイラー的な方法でなく、ラグランジュ的な方法である粒子法を用いることによって、解消される場合が多い。従って、本研究では粒子法の一種の MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法を用いて、多相流体の計算コードを作成する。MPS 法は非圧縮流れに適した粒子法で、差分法などでは空間に固定されている計算点が、MPS 法では粒子に対応し、その計算点が流れによって移動する計算法である。

多相流体の中で、特にマイクロな現象では界面に働く表面張力を正確に計算することが非常に大事である。表面張力は体積力として、次の式で与えられる。

$$-\sigma \hat{n} (\nabla_{\Sigma} \cdot \hat{n}) \delta_{\Sigma} \quad (1)$$

σ は表面張力係数 (N/m)、 \hat{n} は界面の法線ベクトル、 ∇_{Σ} は界面に沿った方向の gradient 演算子、 δ_{Σ} は界面でのみ値を持つ表面デルタ関数である。ここで、 $\nabla_{\Sigma} \cdot \hat{n}$ は界面の平均曲率である。従って、表面張力の計算では、この三つの量、法線ベクトル、平均曲率、表面デルタ関数を計算する必要がある。

本研究では、(1) 式に基づいた三次元の表面張力モデルを開発した。現在までに存在するモデル (Nomura et al., (2001)[1]) は二次元にしか適用できず、三次元化も非常に困難であるので、新しいモデルを作成した。新

しいモデルでは、法線ベクトルをカラーファンクション ($\theta = 0$ at phase 0, $\theta = 1$ at phase 1) の勾配から計算する。この勾配には SPH 法の微分モデルを用いる。SPH 法は圧縮性流れに適した粒子法で、物理量を滑らかに記述できるのが強みである。ここでは、カラーファンクションのようなステップ状の関数を微分するとき安定に計算するために、SPH 法の微分モデルを用いた。また、曲率の計算には MPS 法の微分モデルを用いた。SPH 法を用いると滑らかになりすぎ、大きな曲率の計算で大きな誤差が生じるためである。界面をシャープに記述するため表面デルタ関数には、Nomura らと同じ MPS 法のモデルを用いた。この手法はアルゴリズムがややこしくなく、幾何学的なことを考えないですむので、三次元に適用しやすい。

計算例として、液滴の振動の現象を挙げる (図 1)。正方形の液滴を静かに置くと、一定の周期で振動するという現象である。計算結果は理論値の周期 ($\pi^{1/4}/\sqrt{15}$) と一致している。

マグマオーシャンでの金属の液滴の計算 本研究で開発したモデルの地球科学での応用例として、マグマオーシャンでの金属の分離の問題を取り扱った。金属とシリケイトがマグマオーシャン中で分離し、地球のマントルとコアを形成するというシナリオである。二次元と三次元の計算を行い、二次元の計算には Nomura らのモデルを、三次元の計算には本研究で開発したモデルを用いた。

このモデルは、1000km ほどの深さのマグマオーシャン中を、金属の液滴 (~ 1 cm) が、液体のシリケイトの中を密度差により降下して分離するというものである (Rubie et al., 2003[2])。なぜ、1cm になるかという、表面張力と重力と抵抗力の三つが釣り合うサイズが 1cm、ということである。液滴のサイズは化学物質のマントルとコアへの分配を考える上で非常に重要である。サイズが小さい、すなわち、体積に対し表面積が大きい場合、マグマオーシャンの下部の圧力下で、金属とシリケイトが化学平衡になっていたことになる。Rubie によると、1cm のサイズだとすると、僅か 200m の降下中に、化学平衡に達すると見積られる。その場合、マグマオーシャン下部の圧力下で金属とシリケイトが化学平衡になるということである。

Rubie らの研究では、力の釣り合いを考えて、次元解析を行い結果を出したものである。従って、分裂や衝突の物理過程が入っていない。本研究はその物理過程をきちんと計算し、液滴のサイズや速度、サイズ分布を導出することが目的である。また、Rubie らの研究では安定な液滴のサイズを議論しただけだが、そのサイズに至るまでの過程を議論していない。例えば、初期状態として、非常に小さな液滴から分離が始まった場合や、既に形成されている大きな液滴から分離が始まった場合が考えられる。例えば、地球の形成物質と考えられるコンドライトに含まれるような小さい金属の液滴から分離が始まった場合、小さい液滴のストークス沈降速度は非常に遅いので、マグマオーシャンが固化するまでに、シリケイトから小さい液滴は分離しない、というように考えられる。しかし、現在の上部マントルからはそのような金属の粒は見つかっていない。このように、数値シミュレーションをして実際にその現象を確かめる必要がある。

三次元の計算結果を一つ挙げる (図 2)。白い粒は金属の計算粒子、周りの表示していない部分がシリケイトの計算粒子である。上下左右の境界は周期境界である。この計算例は、初期状態で液滴の数が一つの場合である。本計算により、液滴は合体と分裂を繰り返す非常に複雑な運動をすることがわかった。また、定常状態には 10 秒程度で落ち着く。大きな液滴サイズから、計算を始めた場合も、小さなサイズから始めた場合も同じ定常状態に落ち着くことがわかった。定常状態での平均サイズや平均速度は Rubie らの次元解析の値と比べて、オーダーは同じである。Rubie らの次元解析は平均値をよく再現しているということである。本研究により、

次元解析で求めることの出来ない液滴のサイズ分布を算出できた。それによると、液滴のサイズに下限が存在することがわかった。これは、非常に小さい液滴が最初から存在していたとしても、合体により大きな液滴になり、すべての金属がシリケートからマグマオーシャン中で速やかに分離したことを示唆する結果である。

コアとマンツルの分離の過程で、どちらに熱エネルギーが多く分配されるか、という地球の熱史を考える上での重要な問題がある。本研究では、粘性散逸による温度の上昇も計算している。これは、上記の問題のマグマオーシャンでの分離過程に対する答えになる。計算結果によると、金属とシリケートの温度差は1Kにも満たない小さな温度差で抑えられることがわかった。これは無視できる値であり、マグマオーシャンでの分離過程では金属とシリケートは、ほぼ等温で分離する考えられる。

計算では、粘性率をパラメータとして変化させた。マグマオーシャンでは粘性率が一番不確定だからである。粘性率を上昇させていくとき、粘性率が1.0 Pa·s付近で、平均サイズの粘性に対する依存性が変化する(図3)。粘性率が1.0 Pa·sでのレイノルズ数を概算してみると、約3.4であり、このあたりで慣性抵抗と粘性抵抗が逆転するようである。すなわち、粘性率が1.0 Pa·sよりも小さいところは、粘性がほとんど効かない慣性力が支配的な領域、粘性率が1.0 Pa·sよりも小さいところは、慣性がほとんど効かない粘性力が支配的な領域である。

参考文献

- [1] K. Nomura et al., J. Nucl. Sci. Technol. 38 (2001) 1057-1064.
 [2] D. C. Rubie et al., Earth Planet. Sci. Lett. 205 (2003) 239-255.

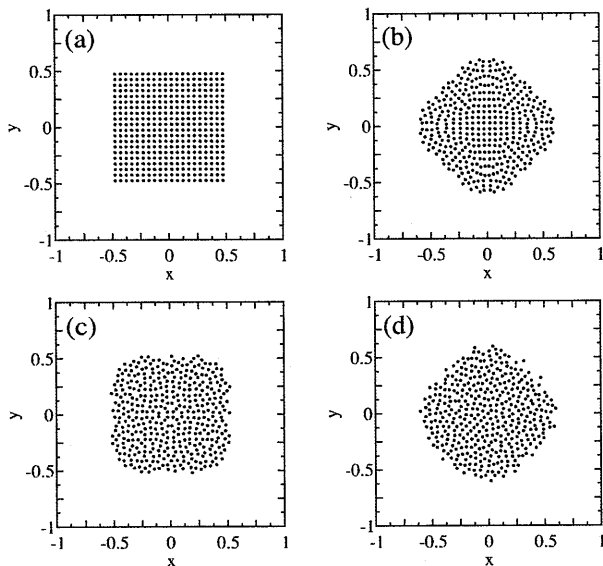


図 1: 液滴の振動のベンチマーク。(a) $t = 0$. (b) $t = \pi^{1/4}/2\sqrt{15}$. (c) $t = \pi^{1/4}/\sqrt{15}$. (d) $t = 3\pi^{1/4}/2\sqrt{15}$.

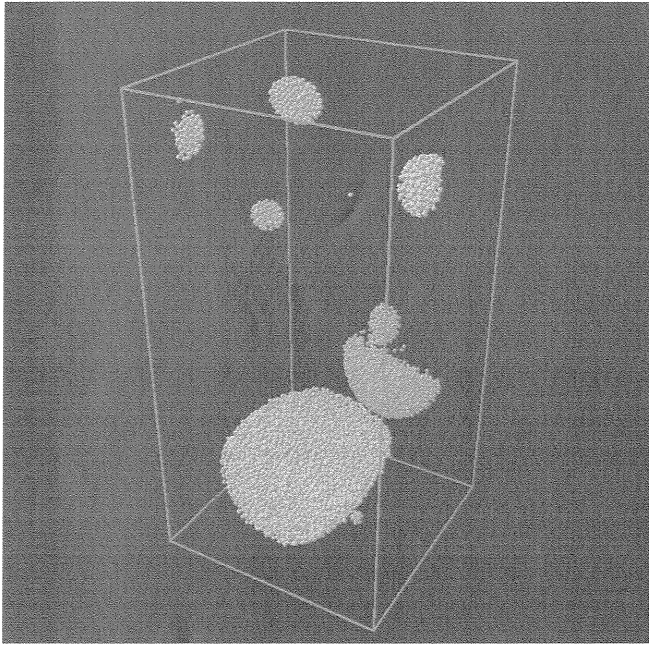


図 2: 三次元の金属の液滴の計算例 : 7.0 秒後 (上下 12cm、横 6cm の領域、粘性率は 1.0 Pa·s)

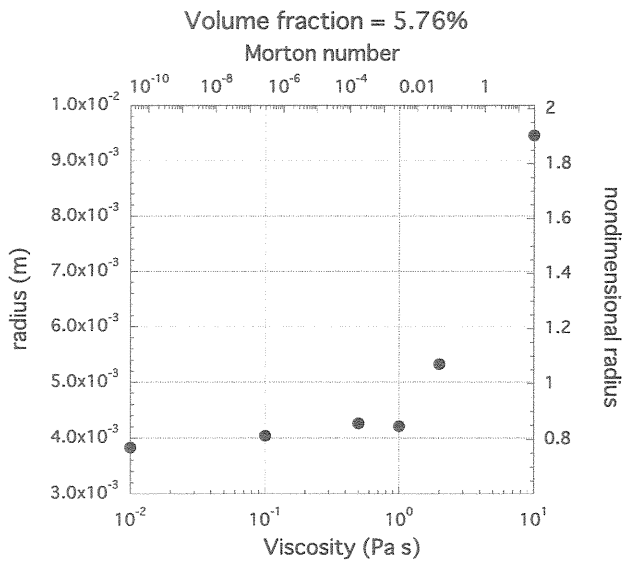


図 3: 粘性率に対して、平均サイズをプロットした図。Morton 数は粘性率と表面張力係数、重力を含む無次元数。(二次元の計算結果)