

論文審査の結果の要旨

氏名 木村 康人

本論文の研究対象は、結び目カンドルとよばれる代数系のホモロジー理論である。論文提出者は、特に結び目カンドルの3次ホモロジー群について考察し、ホモロジー類を位相幾何学的に構成する新しい手法を与えた。

カンドルとは、群の共役演算の一般化として Joyce らによって導入された代数系であり、任意の絡み目 L に対して、絡み目カンドル Q_L とよばれる絡み目の完全不変量に対応することが知られている。 Q_L は絡み目の補集合の基本群に周辺構造を加えた情報を与える。さらに、枠付き絡み目に対しては、絡み目ラックとよばれる完全不変量に対応する。これまでの研究で、絡み目カンドルと絡み目ラックの2次以下のホモロジーおよびコホモロジーについては、Eisermann らによってその構造が決定されていた。

論文提出者は、まず、2次の絡み目ラックコホモロジーの要素について、絡み目の有向多重枠との対応関係を明らかにすることにより、その位相幾何学的意味を記述した。次に、絡み目カンドル Q_L の3次のカンドルホモロジー $H_3(Q_L)$ について考察し、絡み目 L のそれぞれの成分に対して、シャドウ基本類とよばれる \mathbf{Z} 上独立なホモロジー類に対応し、これらが $H_3(Q_L)$ の直和因子を生成することを示した。証明には、Carter-Kamada-Saito によって考察された曲面上の図式によるホモロジー類の実現に注目して、手術によって球面上の図式に帰着する手法を用いる。また、ここで構成したシャドウ基本類を用いて、絡み目 L のカンドルコサイクル不変量をホモロジー理論によって定式化した。

さらに、本論文では、素な結び目 K に対して、結び目カンドル Q_K の任意の3次のカンドルホモロジー類は、ある結び目 L とカンドル準同型 $f: Q_L \rightarrow Q_K$ を用いて、 L のシャドウ基本類の像として表されることを示した。これは、結び目の3次のカンドルホモロジーの構造と、結び目カンドル間の準同型の存在との関係を示唆する結果である。

本論文は、これまで構造が知られていなかった結び目カンドルの3次ホモロジー群について、新しい知見をもたらしたものであり、位相幾何学分野に大きく貢献する。よって、論文提出者 木村 康人は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。