論文審査の結果の要旨

氏名　飯田　修一

1973年 W. Meyer は境界付き実曲面上の楕円曲線束の符号数を研究し, 楕円曲線の写像類群 $SL_2(\mathbf{Z})$ の符号数コサイクルを有理数上でコバウンドする関数を明示的に与えた. この関数は「種数1のMeyer関数」と呼ばれる. 1987年 M. Atiyah は種数1の Meyer 関数を研究し, Meyer の公式が多くの異なる側面を持つ事を指摘した. 例えば, Atiyah は種数1の Meyer 関数の値を $SL_2(\mathbf{Z})$ の元に対して定まる清水 L-関数の特殊値として表示したが, この理解は後に J.-M. Bismut と J. Cheeger により高次元トーラス束の η-不変量と或る L-関数の特殊値の一致という形で一般化され, 符号数欠損に関する Hirzebruch 予想の別証明と拡張に応用された.

Atiyah の仕事において論文提出者が注目したのは, 種数1の Meyer 関数の楕円曲線の写像トーラスに対する η-不変量の断熱極限としての表示と Dedekind η-関数のモジュラー変換則を用いた表示である. ここで, η-不変量とは奇数次元 Riemann 多様体の或る Dirac 型作用素に対して「正固有値の数と負固有値の数の差」として形式的に定まるスペクトル不変量であり, ζ-関数による正則化を用いて定義される.

論文提出者は上記の Meyer と Atiyah の結果を主偏極 Abel 多様体のテータ因子の可微分族に対して拡張し, Meyer 関数の構成を行うと同時に特別な場合にその値を決定した. 主要な結果は, 次の三点に要約される.

(1) パンツ上のテータ因子の族の符号数を用いて, テータ因子のモジュライ空間の基本群の二次元コホモロジーの元が定まり, 符号数コサイクルと呼ばれる. テータ因子の写像トーラスに対する η-不変量の断熱極限と Mumford 保型形式を用いて, 符号数コサイクルをコバウンドする Meyer 関数をモジュライ空間の基本群上に構成した.

(2) テータ因子のモジュライ空間の基本群の一次元コホモロジー群の決定. その結果として, テータ因子の符号数コサイクルをコバウンドする基本群上の関数は一意的でない事を示した.

(3) テータ因子のモジュライ空間の基本群は, Riemann 面の写像類群における Torelli 群に対応する無限生成の標準的な部分群を含む. この Torelli 群の類似物の自然な生成系に対して, Meyer 関数の値を決定した. 値は次元から決まる有理数と Bernoulli 数の積として表示され, 特に零でない有理数である.

論文提出者のテータ因子に対する Meyer 関数の研究により, 初めて η-不変量の断熱極限に高次元保型形式が現れた. この意味で論文提出者の得た結果は斬新であり, 学位論文として充分に評価できるものである.

よって, 論文提出者　飯田修一　は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める.