論文審査の結果の要旨

氏名　謝賓

確率偏微分方程式は，偏微分方程式にランダムな摂動を加えたものであり，統計物理学，場の量子論，集団遺伝学，工学，経済学など幅広い分野において用いられ，種々の現象の解明に重要な役割を果たしている。これを抽象化し Hilbert 空間・Banach 空間上の確率微分方程式とみなしたものが無限次元確率微分方程式である。論文提出者謝賓の研究対象は，このような確率偏微分方程式および無限次元確率微分方程式である。提出された論文では，特に確率熱方程式の不変測度ならびに無限次元確率微分方程式の解の道ごとの一意性について論じている。

謝は，まず第1に，半直線上の熱方程式について，Lévy 過程のパス空間上の分布を不変測度（平衡状態）に持つようにノイズを選ぶという問題を考察した。ただし，半直線の左端の原点では Dirichlet 条件を課すものとする。たとえば，ノイズを時空 Gauss 型ホワイトノイズにとれば Brown 運動の分布，すなわち Wiener 測度が不変測度になる。このことはよく知られた事実である。一方，半直線上で無限個の独立な反射壁 Brown 運動を考えれば，その時間発展の下で Poisson 場が不変測度になる。したがって，それを空間方向に積分して考えれば，Poisson 過程の分布を不変測度に持つ時間発展が得られる。しかも伊藤の公式の簡単な応用として，それは熱方程式に適当なノイズを加えた方程式によって記述されることがわかる。Lévy 過程は雑に言って Poisson 過程のジャンプ幅をランダムに変更しさらに Brown 運動の定数倍を加えたものであるから，上記2種類の時間発展法則をうまく重ね合わせることにより，Lévy 過程の分布を不変測度に持つようにノイズが選べ，その具体形が求まるものと予想される。

謝は，このようなアイデアを実際に数学的に定式化し実行した。すなわち，新しい種類のノイズを定義し，そのようなノイズを持つ確率熱方程式の解の存在と一意性を示し，Lévy 過程の分布がその不変測度になることを証明した。さらに，ある種の付帯条件（Lévy 測度の可積分条件）の下で，逆に不変測度は Lévy 過程の分布の重ね合わせに限ることを示した。重ね合わせになるのは，ドリフトを表すパラメータ b の任意性があるからである。この結果は，これまでにない新しい方向の研究であり，今後の進展が期待される。

次に，謝は，一般に無限次元確率微分方程式の解について道ごとの一意性を論じた。係数がLipschitz連続であれば道ごとの一意性はよく知られた事実である。また，有限次元確率微分方程式については，Lipschitz条件を拡張する条件の下で道ごとの一意性が知られている。これは，山田・渡辺の定理とよばれ，常微分方程式の場合のOsgood条件に相当するような条件である。謝が得た結果は，いわば山田・渡辺の結果を無限次元に拡張するものであり，大変意義深い。謝はさらに，無限次元確率微分方程式がパラメータκに依存するとして$\kappa \to \infty$の極限の下での解の漸近挙動を考察した。κは，たとえば弦の弾性係数に相当するパラメータで，極限の方程式は有限次元の確率微分方程式に縮退する。

これらはいずれも重要な結果であり，確率偏微分方程式あるいは無限次元確率微分方程式の研究において新しい視点を開くものとして大変興味深い。

以上のような理由により，論文提出者謝賓は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。