論文審査の結果の要旨

氏名 SESHADRI, Neil
(セシャドリ ニール)

この博士論文は接触多様体の高次の微分に関係する不変量についての次の２つの研究結果を含んでいる。

I. 複素領域の繰り込み体積の接触不変量による記述

強擬凸複素領域には完備アインシュタイン・ケーラー計量（チェン・ヤウ計量）がただ一つ存在し、その無限遠での挙動から境界上のCR構造（レビ共形構造）が与えられる。第一部ではチェン・ヤウ計量から定義される繰り込み体積がCR構造の下部構造である接触構造だけによって決定されることを示している。ここで繰り込み体積とは、発散量であるチェン・ヤウ計量に関する領域の体積の境界における漸近展開の係数として定義される双正則不変量である。証明の基礎となるのはチェン・ヤウ計量の構成の可積分とは限らないCR構造への拡張である。これにより概CR構造にたいしても繰り込み体積が定義可能となり、その変分を計算することにより定理が証明される。チェン・ヤウ計量の可積分性を仮定しない精密な解析はそれ自体、新しい発見を含んでいる: 計量の構成の障害として概CR構造の新しい局所不変量が定義される。この不変量は放物型不変式論からその存在が予想されていたものであり、この発見により線形部分をもつ概CR構造の不変量が全て与えられたことになる。またチェン・ヤウ計量の一般化は完備多様体の散乱理論などへの応用も期待されるCR多様体の基礎理論である。

II. 接触多様体の解析的トーションの変分公式

接触構造は奇数次元多様体の接空間の余次元１の部分束として与られる。この部分束を用いることによりド・ラーム複体を既約束の断面に分解し、ルミン複体とよばれるより精密な複体を構成することができる。第二部ではルミン複体の解析的トーションを定義し、その概CR構造および接触形式の変形に関する変分公式を導いている。ルミン複体は楕円形でなく、また微分作用素も一階とは限らないため、これまでに知られていた理論とは異なる解析が必要となる。この論文では複体に現れる各空間において４階のラプラシアンからゼータ関数を定義し、その微分の一次結合として解析的トーションを与えている。最近、論文提出はルミン氏との共同研究により、S^1 対称性をもつ接触多様体においてはこのトーションが位相不変量であるレイ・シンガー解析的トーションと一致することを示されている。これは接触構造の解析的トーションの定義の妥当性を裏付けるものである。

以上の二つの研究は放物型幾何学とよばれる放物型部分群の表現論を基礎とする微分幾何学に新しい視点を与えるものであり、今後の発展が多いに期待できる。よって論文提出者 Neil Seshardi は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。