

論文審査の結果の要旨

氏名 中村 健太郎

p を素数とする. p 進局所体 K のガロア群の表現に関する重要な理論として, K の Weil-Deligne 群の表現と $GL_n(K)$ の表現とが自然な対応をもつという局所 Langlands 対応の理論がある. l を p と異なる素数とする時, p 進局所体のガロア群の l 進表現は自然に Weil-Deligne 群の表現と対応するので, 局所 Langlands 対応により $GL_n(K)$ のある表現と対応する. しかしながら, p 進局所体のガロア群の p 進表現の場合は filtration 付きの Weil-Deligne 群の表現と対応するので, 対応すべき $GL_2(K)$ の表現にも付加構造があるべきである. $K = \mathbb{Q}_p$ の 2 次元既約表現の場合, それは $GL_2(\mathbb{Q}_p)$ のある種の p 進 Banach 表現と対応するというのが Breuil により創始された p 進局所 Langlands 対応の予想で, この対応は Colmez により構成された. その構成の過程で Colmez は \mathbb{Q}_p のガロア群の 2 次元三角表現というある種の p 進表現の具体的な分類を行った.

本博士論文においては一般の \mathbb{Q}_p の有限次拡大 K に対して, そのガロア群の 2 次元三角表現表現の研究が行われている. 主結果は (A) K のガロア群の 2 次元三角表現と $GL_2(K)$ の (古典的) 局所 Langlands 対応との関係, および (B) K のガロア群の 2 次元三角表現の分類, 特に潜在的半安定な 2 次元三角表現の具体的記述, である. これらは $K = \mathbb{Q}_p$ のときの Colmez による結果の一般化となっている.

まず三角表現の定義を簡単に述べる. K のガロア群の p 進表現の圏を自然に B -pair と呼ばれる代数的対象の圏に忠実充満に埋め込むことができる. 三角表現とは K のガロア群の p 進表現で B -pair として見たときに階数 1 のものの拡大として書けるもののことである. B -pair の圏は (φ, Γ) -加群と呼ばれる別の代数的対象の圏と圏同値になることが Berger により知られている. Colmez による $K = \mathbb{Q}_p$ のときの結果は (φ, Γ) -加群を用いて証明されていたが, 本博士論文では B -pair を用いることにより一般化に成功している.

(A) の詳しい主張は次の通りである: V を 2 次元潜在的半安定 p 進表現とすると, V が (適当な係数拡大の後に) 三角表現となることと, V から定まる Weil-Deligne 群の表現の F 半単純化から古典的局所 Langlands 対応によって決まる保型表現が non-supercuspidal となることが同値となる. V から決まる B -pair の階数 1 の部分 B -pair を用いて V から定まる filtered φ -加群の様子を調べることにより証明がなされている.

(B) の分類の手順は以下の通りである: (1) 階数 1 の B -pair を具体的に分類する. (2) 階数 1 の B -pair の拡大類の群をガロアコホモロジーを用い

て計算する. (3) (2) での拡大類が p 進表現から来るための必要充分条件を Kedlaya の slope filtration 定理を用いて求める. (4) Bloch-Kato の計算を用いて拡大類が潜在的半安定となる条件を求め, そのときに拡大類を filtered (φ, N) -加群を用いて記述する. 最終的には K^\times の局所定数な指標 δ_1, δ_2 と整数の組 $\{k_\sigma\}_{\sigma: K \hookrightarrow \bar{K}}$ である条件を満たすものに対してあるパラメーター空間を定義し, そのパラメーター空間の元に対して具体的に filtered (φ, N) -加群を構成し, そして任意の 2次元潜在的半安定 p 進表現がこのようにして構成された filtered (φ, N) -加群に対応する p 進表現と Lubin-Tate 指標のベキの差を除いて一致することを示した. $K = \mathbb{Q}_p$ のときの Colmez の結果ではパラメーター空間は 1次元以下の簡単なものであったが, 本論文の結果ではパラメーター空間が複雑なものとなっており, 興味深い現象といえる.

p 進局所 Langlands 対応は p 進局所体のガロア群の p 進表現の理論のなかで現在中心的な話題の一つであるが, $K = \mathbb{Q}_p$ の 2次元既約表現以外の場合には予想の正確な形を含めまだ知られていない. 本論文で行われている研究は一般の p 進局所体 K に対する p 進局所 Langlands 対応に向けた重要な研究である. よって, 論文提出者 中村健太郎 は博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める.