論文の内容の要旨

論文題目　Voronoi Diagrams for Quantum States and Its Application to a Numerical Estimation of a Quantum Channel Capacity
(量子状態上のボロノイ図とその量子通信路容量の数値的評価への応用)

氏　　名　加藤 公一

量子情報理論では,量子情報幾何として知られている幾何学的アプローチが強力な手段であると考えられてきた．本論文では，量子系の幾何的構造に対し計算幾何的解釈を与える．特にボロノイ図と最小包含球問題の考え方を量子空間に導入する.そのような計算幾何の道具によって，量子空間内の点集合の隣接関係について解析する．さらにはその応用として，量子通信路容量の効果的な計算手法を提案する．

本論文の前半部では,いくつかの距離について量子状態空間におけるボロノイ図の一致性を示す．これは,量子純粋状態のなす空間の全体空間の部分空間としての構造を再解釈するのに役立つ．より正確には，量子ダイバージェンス，Fubini-Study距離，Bures距離，測地線距離，ユークリッド距離についてのボロノイ図についての解析を行う．

1量子ビット（つまり2準位）状態については，全体空間はブロッホ球により表現される．ブロッホ球において，二つの異なる設定の下でボロノイ図の一致性についての解析を行う．それは，一つには母点が純粋状態に与えられたときの純粋状態でのボロノイ図であり，もう一つは母点が純粋状態に与えられたときの混合状態でのボロノイ図である.両方のケースですべてのボロノイ図が一致することが示される．この結果は1量子ビットに特有の対称性によるものである．

3準位以上の量子状態については，純粋状態についてのボロノイ図のみを考える．この場合，量子状態空間のユークリッド空間への自然な埋め込みには，1量子ビットのときのような対称性はない.そのためユークリッド距離でのボロノイ図とダイバージェンスでのボロノイ図の一致性は成り立たなくなる．一方で，ダイバージェンス，Fubini-Study距離，Bures距離に関するボロノイ図の一致性はこの場合も成立することがわかる．

後半では，量子通信路の容量計算の手法を提案し，実際の計算の結果を示す．これは，前半部で示した理論的結果の適用例である．提案手法は1量子ビットの場合だけではなく3準位系でも十分に効率がよいことを示す．実際，前半部で示された定理がこのアルゴリズムの正確性を保証している．また，このアルゴリズムは，Welzlによる最小包含球を求めるアルゴリズムも利用している．元のWelzlによるアルゴリズムはユークリッド距離についてのみのものであったが，同じ手法がユークリッド距離以外の距離にも適用できることを示す．また，そのアルゴリズムを実装し、実験によってそれが実用的であることを示す。