

論文の内容の要旨

論文題目

An approach to the Decision Theory under Knightian Uncertainty (ナイト流不確実性理論への一考察)

氏名 小島寛之

この論文は、近年研究が盛んである「ナイト流不確実性理論」への考察である。

不確実性下の意志決定理論の研究は、ノイマン&モルゲンシュテルンの研究を皮切りに、急速に発達した。その中で、とりわけ、サベージの開発した「主観的確率理論」は画期的なものであり、一方では統計学の領域で復権しつつあったベイズ主義の地位を確固としたものにし、他方では公理的選好理論に大きな方向性を与えた。サベージの与えた公理系がかなり複雑であったため、アンスコンプ&オーマンは、ノイマン&モルゲンシュテルンの方法論に立ち返って、サベージのものよりずっと簡単な公理系によって主観的確率を与えることに成功した。サベージにおいても、アンスコンプ&オーマンにおいても、人間の不確実性下での経済行動は、「確率的期待効用」の最大化行動として描写されている。

これらの研究によって、期待効用最大化による行動が選好の公理系によって表現されることになったため、「人は本当に期待効用を最大化する行動をしているのか」という根本的な問いについて、実験による検証が簡単に行えるようになった。そして、いくつかの実験では、否定的な結果が得られた。その中で最も有名なものがエルスバーグの実験である。エルスバーグの実験により、人間が「はっきりと五分五分の確率とわかっている賭け」のほうを「確率がわからないために五分五分と考えるしかない賭け」より好む傾向が顕著であることが判明した。このことは、客観確率であれ主観確率であれ、従来の確率理論を背景にした期待効用理論では説明のできない事実であった。この実験結果は「エルスバーグ・パラドックス」と呼ばれ、非常に広く引用されるものである。このように人間が「確率のわからない環境」を忌避する性向は「不確実性回避」と名付けられ、人間が「確率のわかる環境」と「確率のわからない環境」を区別している証拠とされる。この違いを最初に指摘したのが F.ナイトであった。彼は前者を「リ

スク」、後者を「不確実性」と呼び、経済現象の多くは後者を伴っていると主張した。以降、このような区別をテーマにする分野は「ナイト流不確実性理論」と呼ばれている。

その後、シュマイドラーやギルボアの研究によって、エルスバーグ・パラドックスは、確率理論から加法性の性質を除去すれば説明が可能であることが明らかになった。ただし、加法性なしでは確率的期待値は整合的に定義できないため、彼らはショック期待値という別の集計(積分)の仕方を援用している。測度に加法性を課さず、単調性のみを要請したものを「キャパシティ」と呼ぶ。キャパシティに対しては、リーマン積分の形式でショック積分というものを定義することができる。ショック積分は、そのキャパシティが偶然に加法性を備えるなら通常の確率的期待値と一致する、という意味で確率的期待値の拡張といえる。ショック積分には、顕著な非対称性があるため、これまで謎とされていた多くの経済行動を、合理的な行動として説明することを可能にする。とりわけ、株取引などの金融市場に特有に見られる現象のいくつかを説明することに成功した。ショック期待效用を用いた不確実性理論は、「非加法的確率理論」とも呼ばれ、経済学だけではなく、オペレーションズ・リサーチや工学などにおいても盛んに研究されている。

この論文は、ショック積分に関する「局所的な加法性」を研究したものである。シュマイドラーは、ショック積分が「コモトニック加法性」で特徴づけられることを明らかにした。コモトニック加法性とは、ともに大きくなる(共振性のある)確率変数にのみ加法性を持つような作用素の特性である。つまり、すべての確率変数に対して加法性を持つものが確率的期待値(ルベグ積分)であるのに対し、コモトニックな確率変数にだけ加法性が保持されている作用素がショック積分なのである。この論文でわれわれは、コモトニックよりもさらに制限されたコミニマムという概念を導入した。2つの確率変数がコミニマムとは、与えられた特定の事象たちにおいて、どの事象上でも共通の根源事象で最小値を取ることである。われわれは、コミニマムな確率変数についてだけ加法性を保持しているような作用素のクラスを完全に決定した(第3章)。結論からいえば、そのような作用素は、ショック積分の中のさらに限定されたクラスの作用素であり、その特定の事象たちにおける最小値の加重和を取るようなものなのである。

この結果は広く応用が可能である。まず、第2章において、イプシロンコンタミネーションというクラスの効用関数の公理化に応用している。イプシロンコンタミネーションは、古くからノンパラメトリックな推定などに用いられてきた非加法的な決定関数である。この章では、イプシロンコンタミネーションをショック積分の中で位置づけし、その公理化を行っている。

第3章では、まず、イプシロンコンタミネーションを特例として含むもっと大きなクラスであるEキャパシティの特徴付けに応用している。Eキャパシティとは、アイクバーガー&ケルセイが導入したものであり、その目的はエルスバーグの原論文に書かれているアイデアそのものを公理化することであった。また、さらに、ギルボアの導入したマルチペリオド決定と呼ばれる効用関数の公理化にも応用している。これは、「人間が大きな変化を嫌う」性向、バリエーションアバース、を導入するための研究である。

第4章では、コイクストリーマ加法性と呼ばれる性質を持つ作用素の特徴付けを行っている。2つの確率変数がコイクストリーマであるとは、与えられた特定の事象たちにおいて、どの事象上でも共通の根源事象で最小値を取るばかりではなく、さらに共通の根源事象で最大値も取るもののことをいう。コミニマムよりもさらに限定的な条件である。この章では、その特定の事象たちの作る族がある正規条件を満たす場合の、コイクストリーマ加法性を持つ作用素のク

ラスを完全に決定している。結論をいえば、その特定の事象における最大値の加重和と最小値の加重和の合計となる。これは、ハーヴィッチ基準と呼ばれるものと同じ形式を持ち、また、NEO 加法的キャパシティと呼ばれるクラスの効用関数の一般化となるものである。

最後の第5章では、我々の理論を協力ゲームに応用している。協力ゲームでは、各部分的グループが提携するとそのグループに固有の利得が発生するという構造の中で、全員提携が達成されるには、全員提携による利得をどう配分すべきか、という問題を研究する分野である。いろいろな解概念が提唱されているが、中でも「シャプレー値」は最も有名なものの1つである。

マイヤーソンは、提携とは別に、「会議構造」と呼ばれる別の構造がある場合の特殊な協力ゲームを考察した。そして、会議構造において位相幾何学的な意味で「連結成分」となるような提携の利益をシャプレー値にしたがって配分するための2つの公理から成る公理系を与えたのである。ある2人のメンバーが位相幾何学的な意味で連結である、というのは、一方のメンバーからスタートして、共通メンバーの存在する会議をたどって行って他方のメンバーにたどりつける関係のことである。このような関係を「2人は間接的に関係性を持つ」と呼ぶことができる。我々はこの論文で、マイヤーソンの結果を発展させ、「直接的な関係性」だけを関係性として認める場合の会議構造におけるシャプレー値を3つの公理によって特徴付けている。