

審査の結果の要旨

氏名 穴井宏和

本論文は、「Effective Quantifier Elimination with Applications to Control System Design and Verification (効率的な限量記号消去法とその制御系設計及び検証への応用)」と題し、数式処理の有効なツールの一つである限量記号消去法(以下QEと記す)を制御工学の実問題に適用可能とするための手法を提案し、制御系設計及び検証への応用を通してその有用性を確認している。本論文は3部構成で、Part I「Algorithms」では効率的な限量記号消去法を、Part II「Applications: Control System Design」では制御系設計への応用を、Part III「Applications: Control System Verification」では制御系検証への応用を、それぞれ扱っている。

第1章「Introduction」では、本論文の背景、動機と目的を述べた後、本論文の主たるアプローチを紹介し、論文の構成を示している。

第2章から第4章までで構成される第1部は、QEのアルゴリズムに関するパートで、第2部と第3部での応用に必要となる制御工学の実問題に適用可能とするための手法が提案されている。

第2章「Cylindrical Algebraic Decomposition and Real Quantifier Elimination」では、まずQEとその主要な計算法であるCAD(Cylindrical Algebraic Decomposition)について概説し、ついでCADを高速に計算するための数値・数式ハイブリッド計算を用いたCAD構成の枠組みを提案している。また、第2部の制御系設計問題において利用される「一変数多項式の正定値条件」と「低次数の制約式」の2つの特別なクラスの制約式に対する効率的なアルゴリズムを導出している。さらに、一変数多項式の正定値条件に対するQEアルゴリズムについては、設計問題で必要とされる改良を行っている。

第3章「Convex Quantifier Elimination for Semidefinite Programming」では、理工学のさまざまな場面で広く利用されている半正定値計画法(SDP)について、正確な解を効率よく導く方法を提案している。提案手法はCADに基づく方法であり、問題の凸性を巧みに利用することで効率化を実現している。この方法は、SDPの代数幾何への応用において最適解の正確な代数的表現が必要とされる場合や、悪条件下で数値的方法では誤った解が得られる場合などに非常に有効な方法である。

第4章「Deciding Linear-Trigonometric Problems」では、理工学の問題でしばしば現れる三角関数を制約式に含む決定問題を解くための代数的アルゴリズムを提案している。一般に、三角関数や π を含む制約式が存在する場合には、実数体上の一階述語論理は決定不能である。ここでは、線形式に三角関数を含むクラスに対して有効なQEアルゴリズムを提案している。

第5章から第8章で構成される第2部では、第2、第3章において提案されたQEアルゴリズムをどのように制御系設計問題に適用するかを述べ、アルゴリズムの実装を通してその有用性を確認している。

第5章「Robust Parametric Control Based on Sign Definite Condition」では、周波数領域におけるロバスト制御系設計について、QEに基づくパラメータ空間法による固定構造制御器設計手法を提案している。まず、ロバスト制御における多くの重要な設計仕様が一変数多項式の正定値条件という特別なクラ

スの制約式に帰着できることを指摘している。つぎに、それに特化したQEアルゴリズムを用いることで、QEに基づくパラメータ空間設計を効率化し実用的な問題に適用可能であることを確認している。

第6章「Robust Stability Radius Synthesis」では、制御系のロバスト安定性を保証する最大の変動幅を表す安定半径に関する設計問題を検討している。この設計問題も適切な問題の等価変換を行うことにより、一変数多項式の正定値条件という制約式に定式化できることを指摘し、第5章と同様の枠組みでQEに基づく効率的な設計手法が構成できることを示している。

第7章「Average Stability Degree in LQ Optimal Regulator」では、LQ最適制御問題における重みの選択と平均安定度との関係を扱っている。まず、閉ループ系の平均安定度を与えるある多項式の根の和に着目して、代数的算法（特に、グレブナ基底の理論）を駆使することで、この問題が一変数多項式の正定値条件を解く問題に帰着できることを導いている。さらに、その結果に対してQEを適用することで、新しい重みの選択指標が導出できることを示している。これは、設計過程において試行錯誤が必要な問題に対して、代数的アプローチが系統的な手順を与える一つの好例である。

第8章「Robust Pole Assignment for Interval Plants」では、フィードバック制御系の極配置問題に関して、より柔軟にきめ細かい配置を実現するQEを用いた手法を提案している。提案手法はQEを用いているため、不確かなパラメータを持つ制御対象に対しても適用可能で、さらにどの程度指定された位置に近く配置が可能かの限界を見積もることもできる。この極配置問題がパラメータを含む線形制約式となり、それに特化したQE アルゴリズムを使うことができ効率的に計算可能であることを示している。

第9章および第10章を構成する第3部では、離散時間多項式系と線形微分方程式系で表される2種類の制御系に対して、検証問題が正確に実行可能となるQEに基づく検証手法を提案している。

第9章「An Adaptive Resonant Modes Compensation」では、離散時間多項式系に対して可観測性と接近可能性を検証する効率的な代数的方法を提案している。提案手法は代数的な手法に基づいており、正確に検証できる利点を有している。提案アルゴリズムの効率化を図るために、その支配的な部分であるイデアルの等価性判定などにおいて、QEだけでなくグレブナ基底や実根の数え上げの方法を組合わせている。

第10章「Reach Set Computation of Continuous and Hybrid Systems」では、パラメータを含む非同次線形微分方程式系に対して、到達可能集合を計算するQEに基づく手法を提案している。一般に、到達可能集合は正確には計算できないため、到達可能集合が正確に計算できる有意なクラスを与えることは重要である。提案手法により、制御の分野において意義のある新しい有意なクラスが定義でき、そのクラスの系に対して可到達集合を正確に計算する方法を与えている。

第11章「Concluding Remarks」では、本論文で得られた結果をまとめ、提案した各手法が制御系設計および検証に有効であることを確認するとともに、今後の研究の課題を列挙している。

以上を要するに、本論文は数式処理の有効なツールの一つである限量記号消去法の効率的なアルゴリズムを提案かつ実装し、制御系設計および検証への応用を通してその有用性を示したもので、情報理工学上貢献するところ大である。よって本論文は、博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。