論文の内容の要旨

論文題目

AdS/CFT Correspondence and BPS Geometries in IIB Supergravity
(AdS/CFT 対応と IIB 型超重力理論の BPS 幾何)

氏名　三 塚 由 浩

本論文では AdS/CFT 対応に関連する課題として、状態が高く励起されることにより重力理論側の AdS 時空が大きく変形されてしまうような状況での双対性について議論する。そのような変形効果を取り扱い得る幾つかのクラスの幾何の内、Gava-Milanesi-Narain-O'Loughlin によって調べられた IIB 型超重力理論の $SU(2) \times U(1) \times SO(4) \times R$ 対称で 1/8BPS の超対称性を持つ幾何を中心的に取り扱う。彼らはすべての幾何の表式が 4 つの関数で書かれることを示し、それらの関数に対する 4 つの微分方程式による拘束条件を導いたが、本論文では、まずその解析手順を詳しく見る事によって、幾何を制御する 4 つの関数に課されるべき拘束条件はそれら 4 つだけでは不十分であることを示し、新たに課されるべき微分方程式を 1 つ導出する。次に、それを含めた全体の幾何に対する表式や拘束条件が単純化する極限を見つけ、その極限の下で幾何に対するすべての拘束条件を尽くす。結果、拘束条件は一つのリウビル方程式に簡約され、その一般解は交差 D3 ブレーンの地平線近傍を局所的に記述する幾何を生成することが判明する。以下では論文の章立てに沿って要旨を述べる。

第 1 章では超弦理論の全体の中でのこの研究の位置付けについて述べる。まず弦理論が摂動的な描像でしか定義されていないことに付随して、その低エネルギー有効理論である超重力理論の幾何に対して現状では弦理論の自由度と相互作用する外場であるかの様な取り扱いしかできないという難点を、克服すべき大きな課題として述べる。そしてその問題の解決の糸口として超重力理論の black brane 解の性質を詳しく調べることの意義を説明する。さらに、解の地平線近傍を拡大する極限を取ることにより推測される双対性である AdS/CFT 対応を用いると問題が具体化し弦理論の自由度の励起による背景場の変形効果を非摂動的な定義がある場の理論で記述できる可能性について説明する。

第 2 章では AdS/CFT 対応に関連して後の章で必要になる事項のレビューを行う。まず IIB 型超重力理論の Black 3-brane 解が超弦理論の D3 ブレーンと同一視されることを述べ、地平線近傍を拡大する極限を取ると $AdS_5 \times S^5$

時空上の弦理論と $\mathcal{N}=4$ 超対称ゲージ理論がそれぞれの見方から現れ、それらの理論間に双対関係が期待されることを説明する。次にこの双対性の検証に使われる $\mathcal{N}=4$ 超対称ゲージ理論の BPS 演算子の分類について述べる。そして D ブレーンの枚数 N が有限な場合には、共形次元の大きい演算子に対する弦理論側の対応物として giant graviton や dual giant graviton といった D3 ブレーンのプローブで記述される物体があることを説明し、一般にはそれらのプローブによる AdS 時空の変形効果は無視できないので、それらの物体は上記の目的において意義深い考察対象であることを述べる。

第 3 章では, ゲージ理論側の演算子の共形次元が大きくなるのに対応して $AdS_5\times S^5$ 時空が変形されるような場合の双対性の検証に関する Lin-Lunin-Maldacena による成果をレビューする。giant graviton や dual giant graviton に対応する $\mathcal{N}=4$ 超対称ゲージ理論の 1/2 BPS 多重項のプライマリ演算子の保つ対称性を根拠にして、$SO(4)\times SO(4)$ の対称性を課した ansatz を用いて IIB 型超重力理論の BPS 方程式、５階反対称テンソルの自己双対条件、ビアンキ恒等式を解析した結果の表式を与える。それらにおいては計量とテンソル場がある 3 次元空間上のある微分方程式を満たす関数 $z(x_1,x_2,y)$ で表され、その関数の 2 次元平面上での境界値 $z(x_1,x_2,0)$ によって幾何の情報が分類される。またそれらの幾何の中でも滑らかな幾何に対しては、境界値が 2 つの値 $z=\pm1/2$ に限られることが示される。そして、既にゲージ理論側では考えている 1/2BPS プライマリ演算子のセクターを良く記述する行列模型が知られていたが、その行列の固有値の位相空間での分布が重力理論側で 2 値 $z=\pm1/2$ により色分けされた 2 次元平面と類似していることを指摘する。

第 4 章と第 5 章が本論文の主要部分である。第 4 章では Gava-Milanesi-Narain-O'Loughlin による $SU(2)\times U(1)\times SO(4)$ 対称な 1/8BPS プライマリ演算子への拡張の試みと、その結果に対する著者による改善点について述べる。Gava-Milanesi-Narain-O'Loughlin は squashed S^3 と呼ばれる 3 次元の多様体を ansatz の中で利用する事により、上記の拡張を試みた。その ansatz を用いて Lin-Lunin-Maldacena の場合と同様に、BPS 方程式、５階反対称テンソルの自己双対条件、ビアンキ恒等式を解析した結果、計量とテンソル場が 3 次元空間上の 4 つの関数で表され、それらの関数が満たすべき微分方程式が 4 つ得られた。具体的な計量の形は次のようなものである。

$$\begin{aligned} ds^2 &= -h^{-2}\left(dt+V_i dx_i\right)+h^2\frac{\rho_1^2}{\rho_3^2}\left(T^2\left(dx_1^2+dx_2^2\right)+dy^2\right)+\tilde{\rho}^2 d\tilde{\Omega}_3^2 \\ &\quad +\rho_1^2\left(\sigma_{\hat{1}}^2+\sigma_{\hat{2}}^2\right)+\rho_3^2\left(\sigma_{\hat{3}}-A_t dt-A_i dx^i\right)^2 \end{aligned}$$

(ここでは計量以外に対する表式は省略する。$\mu=0,1,2,3$。$\sigma_{\hat{1},\hat{2},\hat{3}}$ はある定義された微分 1 形式。) すべての成分は x_1,x_2,y にのみ依存し、それらは同じ 3 次元空間上の 4 つの関数 m,n,p,T で表されている。m,n,p,T に対して課される４つの微分方程式は

$$\begin{aligned} & y^3\left(\partial_1^2+\partial_2^2\right)n+\partial_y\left(y^3T^2\partial_y n\right)+y^2\partial_y\left[T^2\left(yDn+2y^2m(n-p)\right)\right]+4y^2DT^2n=0 \\ & y^3\left(\partial_1^2+\partial_2^2\right)m+\partial_y\left(y^3T^2\partial_y m\right)+\partial_y\left(2y^3T^2mD\right)=0 \\ & y^3\left(\partial_1^2+\partial_2^2\right)p+\partial_y\left(y^3T^2\partial_y p\right)+\partial_y\left[4y^3T^2ny(n-p)\right]=0 \\ & \partial_y\ln T=D \end{aligned}$$

である。本論文による改善点は上の表式の導出を詳しく吟味した結果、幾つかの式の間の無矛盾性から新しい拘束条件

$$\frac{1}{2}\left(\partial_1^2+\partial_2^2\right)\ln T=-T^2y\partial_y n-T^2y\partial_y m+2T^2\left(m-2m^2y^2-4mny^2-n^2y^2+mpy^2\right). \tag{1}$$

を導いた事である。

第５章では、上記の一般形の複雑さを避けて物理的な示唆を見いだす糸口として、$n=0, m=1/y^2$ に制限した幾何を議論する。まず、この場合の幾何の表式を最初の BPS 方程式に再び代入することにより残りの BPS 条

件をすべて取り出すと、超対称変換のパラメータに対する制限しか現れないことが示された。また自己双対条件とビアンキ恒等式も満たさる。さらに IIB 型超重力理論の運動方程式にも幾何の表式を代入すると、今度は制御関数 p が定数でなければならないことが分かった。そして制御関数に課される 5 つの微分方程式は、今回新しく見つかった (1) だけが非自明なものとして残り、それは Liouville 方程式になった。さらに、この Liouville 方程式の一般解は交差する D3 ブレーンの地平線近傍である $AdS_3 \times S^3 \times R^4$ 解を局所的に記述することが分かった。これを $AdS_3 \times S^3 \times T^4$ にコンパクト化し T 双対をとると D2 ブレーンと D4 ブレーンの系や、$AdS_5 \times S^5$ 以外の場合の AdS/CFT 対応の例として頻繁に議論される D1 ブレーンと D5 ブレーンの系の地平線近傍の幾何になる。

第 6 章では本論文のまとめと、今後の展望について述べる。今後の課題としては、第 5 章で行った幾何に対する拘束を尽くす作業のより一般の状況への拡張と、1 つのクラスの幾何の中で異なる CFT に双対な重力解が関係付いていることに対する解釈、といったものが挙げられる。