

## 論文の内容の要旨

# 論文題目 : Pattern formation in constitutively structured autocatalytic proliferation systems

(構成法的に構築された自己増殖系における  
形態形成)

氏名 : 小田切 健太

「資源を消費して増殖する」という自己増殖過程は、生物のみならず、幅広い自然現象や社会現象において見出すことができ、しばしば多様な形態形成を引き起こす。本論文では、このような自己増殖過程による多様な形態形成とダイナミクスを採り上げた。細胞 ( $X$ ) と栄養 ( $N$ ) を想定した因子による自己増殖過程  $X + N \rightarrow 2X$  を基本として、新たな因子を追加する事でより複雑なダイナミクスを生み出す、三種類の自己増殖反応モデルを構成的に構築した (図 1)。

形態形成についての多くの先行研究では、反応拡散方程式 (RD) に代表される、微分方程式を用いた現象のモデル化が行われてきた。これに対して本論文では、Cellular Automata (CA) 法を用いて、自己増殖反応系における形態形成とダイナミクスについての研究を行った。CA 法は、空間内の格子状単位構造 (セル) 同士の相互作用により複雑な現象、パターンを再現する手法である。また、CA 法は局所的な非線形相互作用を簡単な規則で表せるので、特に非線形現象における研究手段として様々な分野で用いられている。本論文では、独自に構築した CA アルゴリズムをもつ、自己増殖反応系の確率過程モデルを構築し、それぞれの反応系における形態形成とダイナミクスについての詳細な研究を行った。

また、本論文では RD と CA のもつ違いに着目し、これらの手法が生み出す結果の比較を行った。RD と CA の主な違いは、RD が構成要素の濃度が連続的 (実数) かつ決定論的ダイナミクスをもつのに対し、CA は構成要素が離散的 (整数) かつ確率的ダイナミクスをもつことの 2 点が挙げられる。両者の結果の比較から、構築した三つのモデルにおける多様な形態形成とダイナミクスの発生に、CA の持つ離散的・確率的なダイナミクスが重要な役割を果たす事を明らかにした。以下では、各モデルにおける結果の概要を説明する。

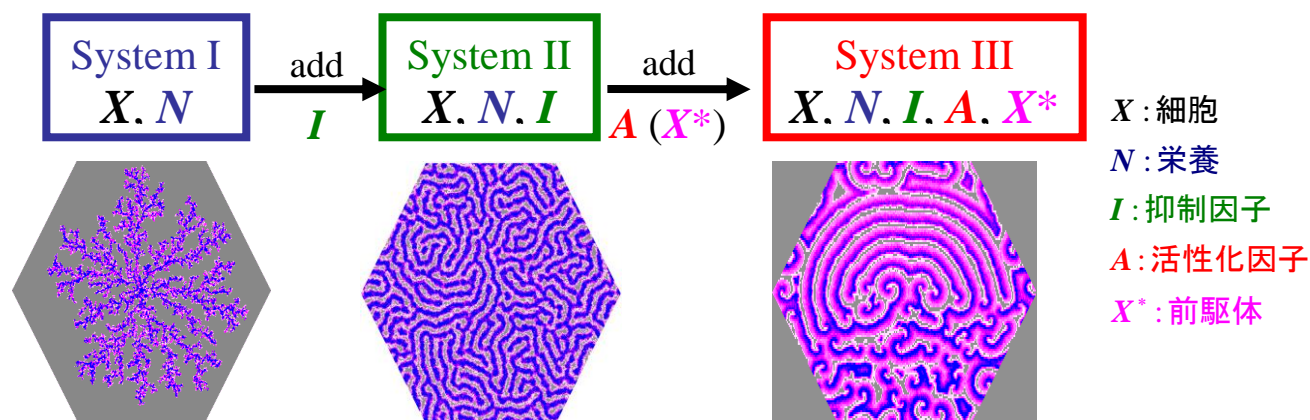


図1：構成的に構築した三種類の自己増殖反応系モデルと生じるパターンの概略図。

### 1) System I ー単純自己触媒反応と死滅ー ( $X, N$ )

$X$  が  $N$  を消費して自己触媒的に増殖し、 $N$  が尽きると  $X$  は死滅する。この単純な自己増殖反応系において、CA では細菌のコロニー形成に似た多様なパターン（図1-左）が発生したのに対し、RD では単純な円板状パターン（図2-左）のみが発生した。そこで、離散的・確率的ダイナミクスを擬似的に組み込んだ独自のRDを用いて数値実験（図2-中、右）を行った。その結果、多様なパターンの発生には離散的・確率的なダイナミクスが本質的な役割を果たす事を明らかにした。

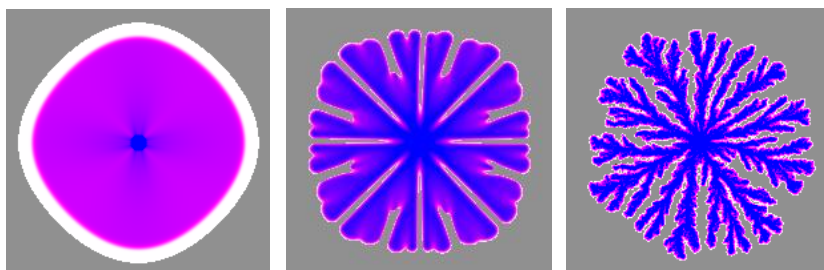


図2：(左) RD、(中) 離散的ダイナミクスを組み込んだRD。(右) 離散的・確率的ダイナミクスを組み込んだRD

### 2) System II ー自己触媒反応と増殖反応の抑制ー ( $X, N, I$ )

System I に  $X$  を殺す抑制因子  $I$  を追加した。CA を用いた数値実験の結果、このモデルでは  $N$  の拡散係数を変化させることで、定常的な局在パターン（図1-中）や伝播する局在パターンが発生した。さらに、初期条件で配置する  $X$  と  $N$  の合計数密度 ( $S_0$ ) を変化させることにより、パターンが変化することを見出した。局在内部における各反応の発生頻度の比較から、粒子数が少ない時にはCAにおける確率的な反応ダイナミクスにより、局在内部の反応ゆらぎが相対的に増大することが分かった。その結果、局在の構造自体が不安定化し、パターンの転移が生じることを明らかにした（図3）。

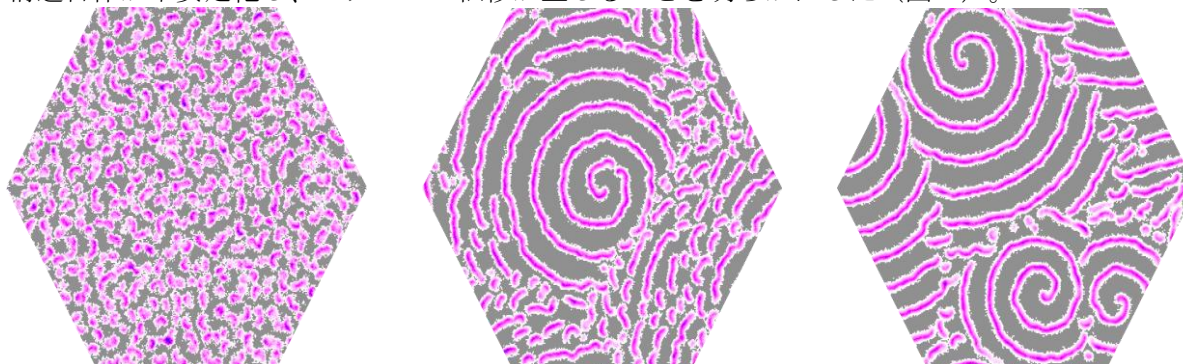


図3： $S_0$  の違いによるパターンの変化。(左)  $S_0=200$ 、(中)  $S_0=600$ 、(右)  $S_0=1000$ 。

$S_0$  が大きくなるにつれて、局在の構造が安定化することで、自己組織的に渦巻きパターンが発生。

3) System III —活性化プロセスとその抑制— ( $X, N, I, A, X^*$ )

活性化プロセスを経て自己増殖するモデルを考え、 $X$ を活性化させる  $A$  (活性化因子) とその結果生じる  $X^*$  (前駆体または中間状態) を加えた。このモデルでは、 $CA$  と  $RD$  において同様の興奮性反応波が発生するにも関わらず、 $CA$  でのみ時空間で変化する多様なパターン (図2-右) が発生した。 $RD$  では、一過性の反応波が生じるのみで、波の通過後に反応は終了し、場には  $N$  のみが残される (図4-左)。これが見かけ上の安定不動点となっている。一方  $CA$  では、初期過程において性質の異なる二種類の波が発生した後、次々と新たな波が発生することで、時空間で変化する動的なパターンが形成される (図4-右)。そこで反応初期段階の波のダイナミクスを詳細に調べたところ、 $CA$  のもつ離散的・確率的なダイナミクスにより、化学波の通過後に次の波を発生させる核となる粒子 (stochastic な燃えかす) が残されることで、連続的に波が発生する事を明らかにした。

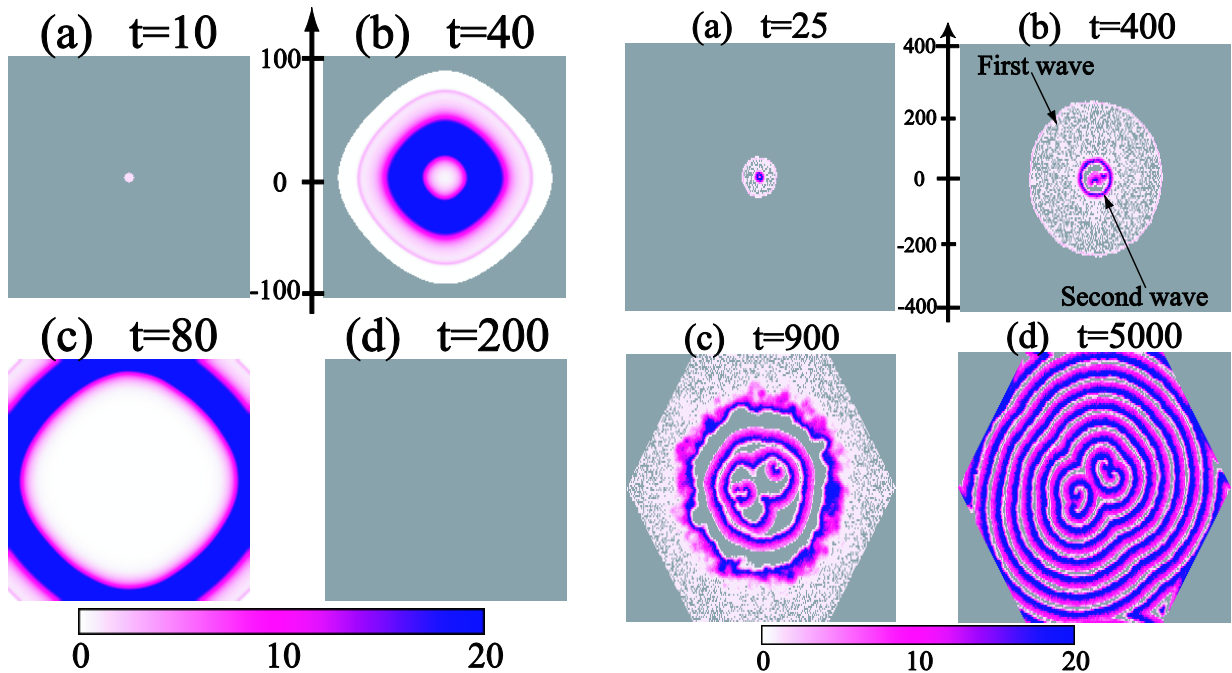


図4 : (左)  $RD$ による一過性の波。(右)  $CA$ による連続的な波の発生。