

論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名 中島 千尋

統計力学はミクロな自由度とマクロな物理量を繋げる理論形式を与え、多体問題の解析方法の発展とともに平衡状態を記述する理論として成功を収めている。しかし、近年ミクロとマクロの中間のスケールに構造が現れたり、階層が複数積み重なったマルチスケールの自然現象を取り扱う必要性が高まり、それに対する理論体系の確立が望まれている。一般的には、ある階層での有効理論を考え、そこで決まる物理量から粗視化された次の階層の有効理論の物理係数を与える。ところが、このような階層間の接続が必ずしも有効でない問題がある。例えば、時間スケールは分離されても、空間スケールを分離することができずに、微視状態を特徴づける自由度が時間スケールを超えて相互に絡み合う場合である。このような問題に対して、特に時間スケールの異なる二つの階層を考え、それぞれの階層の自由度に別々の熱浴を結合した系は二温度系、あるいは部分的焼き鈍し系と呼ばれるが、そこで実現する相転移現象が本論文で考察される問題である。

本論文は4章からなり、第1章で本論文の背景が序論として述べられ、第2章でその理論的形式とその帰結がまとめられ、簡単な統計力学的モデルの平均場解析が示されている。また、第3章でミグダル-カダノフくりこみ群による相転移の研究について、第4章にまとめと展望が述べられている。

まず、第1章に具体的な例を挙げながら、時間スケールの階層を越えた多体問題の理論的枠組の確立の重要性が示されている。神経回路網ではニューロンが速い自由度として、シナプス結合を遅い自由度として考える結合の設計問題がその例である。遅い自由度のダイナミクスは必ずしも自明ではないが、速い自由度からの平均的な力を受けるとするモデルを考える。このとき、時間スケールが完全に分離すると仮定することで、問題を著しく単純化することができる。この仮定とランダム系で発展したレプリカ法を組み合わせることで、時間スケールの異なる二つの階層のある問題が、ある種の平衡統計力学の問題と対応づけることができる。このときレプリカの個数は二つの温度の比で形式上あらわされ、この問題は、これまで研究されてきたランダム系の統計力学の問題をレプリカ数ゼロの極限に包含する広いクラスの平衡統計力学の問題とみなせることが指摘されている。

第2章では、上述の問題の一般的な理論的形式論を展開している。特に、平衡系として表現できることの帰結として、自然に熱力学構造を持ち、例えば熱力学でのクラウジウス・クラペイロン関係式に対応する関係式を導くことができる。一方、二つの熱浴を持つ特殊性を反映して、通常の熱力学では起こることのない負の潜熱を伴った一次転移の存在が先行研究で指摘されている。本論文では先の関係式により、具体的なモデルに依らずに、負の潜熱の出現条件と相図の形状を関連付けることに成功している。さらに考察を深め、負の潜熱が出現するためには二つの自由度に対応するエントロピー間に競合関係が必要であることを見出した。これは時間スケールを越えた自由度間のフラストレーションが重要であることを示唆している。また、具体的にスピンと格子ガスの2つの自由度を持つモデルの平均場解析により、相図と熱力学量の振る舞いが調べられた。その結果、負の潜熱を示す模

型は先行研究で調べられたモデルを含む広いクラスを持つことが示された．さらに，平均場解析を超えて多体効果による揺らぎを取り込む試みとしてベータ近似による解析も行われ，負の潜熱はやはり存在することが確認された．スピン模型の平均場解析では高温相で相関効果が全く取り込まれないために，一次転移のように自由エネルギーの交差を見るためには問題が生じることがあるが，ベータ近似による解析はその疑念を減らし，有限次元系での実現の可能性を高めた点で意義がある．

第3章では，スピングラス模型に対する二温度系問題をミグダル・カダノフくりこみ群により調べられている．この問題では，スピンを速い自由度として，スピン間相互作用を遅い自由度として考えられており，スピンの熱揺らぎの効果を受けてどのような相互作用系が実現するのかというスピン系の設計問題になっている．これはまたレプリカ法におけるレプリカ極限をとる前の物理系を表している．実際の解析では，このくりこみ群が正確に遂行できる階層状の格子を考えている．通常のランダム系ではレプリカ極限を理論の初期段階でとることにより，計算が簡単になることが多いが，ここでは一般のレプリカ数での解析が必要であり，幾分困難である．本論文では部分和をとる際に転送行列法を用いることで一般のレプリカ数へ接続可能なくりこみ群の方程式を得ている．この方程式の固定点から相を同定し，下部臨界次元や相図の形状に関して，非自明な相関の効果による臨界特性の変化をみることができた．これまでの研究から通常の2次元格子上的ランダムスピン系では有限温度でのスピングラス相転移は起きないとされてきたが，今回の結果ではレプリカ極限であるランダムスピン系では相転移しないものの，2次元系に対応する格子でも無限小の摂動で有限温度相転移が起きることを示唆している．これは遅い自由度であるスピン間相互作用が速い自由度であるスピンの熱揺らぎを介して相関を持つことにより相転移を導いたことになる．ただし，ここで得られた結果はくりこみ群が正確になる特別な格子上であるために，現実的な有限次元系の知見として確立するためにはモンテカルロ法による直接数値計算を含めたさらなる研究が必要である．

以上のように，本論文は，時間スケールに階層がある系の多体問題についての理論的研究として，時間スケールを完全に分離する理想極限をモデル化し，平衡統計力学の技法を駆使することにより，新奇な臨界現象の解析を行っている．これまでの平衡相転移現象とは異なる系の相転移理論の展開やランダム系の統計力学に新たな視点を与える可能性も含め，当該研究分野の進展に重要な寄与があると考えられる．

なお，本論文の内容は，福島孝治氏との共同研究であるが，論文提出者が主体になって解析を行ったものであると判断される．また，本論文の第2章が論文として出版されており，第3章の内容は投稿準備中である．したがって，本論文は博士(学術)の学位を授与するにふさわしい内容であると審査委員会は全員一致で判定した．