

論文の内容の要旨

論文題目 Superposition of macroscopically distinct states in quantum many-body systems

(量子多体系におけるマクロに異なる状態の重ね合わせ)

氏名 森前智行

本論文では、量子多体系におけるマクロに異なる状態の重ねあわせを研究する。「状態の重ね合わせ」というのは古典論には無い量子論独特の概念であり、数学的には、系の状態がヒルベルト空間のベクトルで表されること、物理的には、系は一般にはたとえ純粋状態でも確定した一つの状態には無い、ということの意味する。このような概念は我々の日常生活での常識から考えると非常に奇妙なものであるが、実際ミクロな世界を正確に記述するためには必要不可欠なものである。

量子論がミクロな世界からマクロな世界までのありとあらゆる全ての物理系を記述する理論であることを期待するならば、この奇妙な「状態の重ね合わせ」の概念も、原子の世界だけでなく、我々が普段目にしてマクロな世界でも成り立つはずである。このような、「マクロに異なる状態の重ねあわせ」に対する興味は、量子論の黎明期から今日にいたるまで続くものであり、数多くの研究がなされてきている。例えば Leggett は、*disconnectivity* と呼ばれる量を提唱し、超伝導や BEC などの物性系において、マクロに異なる状態の重ねあわせを定量的に評価する基準を導入した[A. J. Leggett, *Prog. Theor. Phys., Suppl.* 69, 80 (1980)]。また、Mermin は多地点間のベルの不等式の破れを見ることにより量子多体系に現れるマクロに異なる状態の重ねあわせを検出する方法を開発した[N. D. Mermin, *Phys. Rev. Lett.* 65, 1838 (1990)]。これらの研究は、その後多くの研究者達によって、今日まで、改良や発展が続けられている。

量子多体系におけるマクロに異なる状態の重ねあわせの研究は、基礎的な興味だけで無く、近

年注目を浴びている量子情報処理の分野においても非常に重要である。例えば、量子的な計算機は現在の古典計算機では解くことのできない問題を効率的に解くことができるということが知られている。このような量子計算機による計算の高速化においては、マクロに異なる状態の重ね合わせが積極的に利用されていることが分かっており、したがって、これからの量子計算機の実験的実現や新たな量子計算アルゴリズムの開発等の研究を進めるうえでは、一般の量子多体系においてマクロに異なる状態の重ね合わせの深い理解を得ることは非常に重要である。

本論文ではこのような背景のもと、量子多体系におけるマクロに異なる状態の重ね合わせの研究を行った。本論文では、第一章でイントロダクションを述べたあと、全体を大きく三つの部分に分けて議論を展開する。

まず、第一部(第二章)では、純粋状態におけるマクロに異なる状態の重ね合わせを分析する。純粋状態においては、物理量が揺らぐことは状態の重ね合わせが存在することを意味するので、マクロ物理量の揺らぎを定量化することによりマクロに異なる状態の重ね合わせを検出することが可能である。実際、清水と宮寺により、マクロ物理量の揺らぎをうまく定量化する量、「指数 p 」が提唱されている[A. Shimizu and T. Miyadera, *Phys. Rev. Lett.* 89, 270403 (2002)]。そこで我々は、指数 p を軸として純粋状態におけるマクロに異なる状態の重ね合わせの分析を進めていく。まず始めに、指数 p の定義および物理的意味、VCM 法を用いた指数 p の効率的な計算方法、指数 p と量子多体系の安定性との関係、等についてこれまでの先行研究を簡単に復習する。その後、指数 p の有用性を理解するために、具体的に物性物理の系や量子計算機等の量子多体系に現れる純粋状態の指数 p を計算する。指数 p を計算することにより、いくつかの重要な多体状態において実際にマクロに異なる状態の重ね合わせが現れることを確認することができる。さらに、指数 p がそれらの多体系の持つ様々な物理的側面を明らかにしてくれることも分かる。また我々は、指数 p の物理的意味の深い理解を得るために、指数 p 自身の性質についても分析する。その結果、指数 p はマクロに異なる状態の重ね合わせの指数としてだけでなく、それ自身が「量子的」の尺度として幾つかの面白い性質を持っていることを見る。例えば、指数 p はマクロ物理量の揺らぎだけではなく、マクロ物理量と状態との非可換さを用いても定義できることを指摘する。これにより、マクロに異なる状態の重ね合わせは、マクロ物理量と状態の非可換性からも判断することができることが分かる。また、部分系に CP オペレーション(最も一般的な量子操作のこと)を作用させたときに指数 p がどう変化するかということについても考え、CP オペレーション前後の指数 p の大きさ、CP オペレーションの成功確率、CP オペレーションを行う際にアクセスする部分系の体積、との間にはトレードオフの関係が成り立つことを示す。さらに、指数 p と量子情報理論で使われているエンタングルメントの尺度との間の関係についても調べる。エンタングルメントとはある種の量子的な相関であり、量子情報処理を行う際のリソースと考えられている。エンタングルメントを定量化する尺度には様々な種類があるが、指数 p はそのなかのあるものとは密接に関係しており、またあるものとはそれほど関係が無いということが分かる。これにより、マクロに異なる状態の重ね合わせがどのような意味で「マクロに大きな」エンタングルメントを持っているのかということを確認することができる。最

後に、今後の研究課題として、指数 p はトポロジカル系やクラスター量子計算機などの「エキゾチック」な量子多体系に隠されたマクロに異なる状態の重ね合わせを検出することができないことを指摘し、このようなマクロに異なる状態の重ね合わせを検出するには指数 p をどのように拡張すればよいのかということについて議論する。

第二部（第三章、第四章）においては、混合状態におけるマクロに異なる状態の重ね合わせを分析する。混合状態の場合には、物理量の揺らぎは必ずしも重ね合わせの存在を意味しないので、指数 p はもはや役に立たない。そこで我々は第三章において、新しい量「指数 q_2 」を導入する。指数 q_2 はマクロ物理量と状態の非可換さを 1-norm で定量化したものであり、混合状態においてもマクロに異なる状態の重ね合わせを検出することができる。我々は、まず始めに指数 q_2 の定義とその物理的意味を説明した後、具体例もまじえつつ、指数 q_2 の持つ幾つかの性質を調べる。例えば、 q_2 は任意の古典混合に対して増加しないことを示せる。これは、どんな「量子性」の尺度も持つべき基本的な性質である。また、指数 p の時と同様に、部分系に対する CP オペレーションを考えた場合、CP オペレーション前後での q_2 の値、CP オペレーションの成功確率、CP オペレーションが作用する部分系の体積、の間についてのトレードオフ関係式を導くことができる。さらに、指数 q_2 も指数 p と同様に、量子多体系の安定性に密接に関連していることを見る。最後に、具体例として、量子計算のアルゴリズムの一つである、量子数え上げアルゴリズムに現れる状態に対して指数 q_2 を計算し、実際に第二レジスターにおいてマクロに異なる状態の重ね合わせが出現することを示す。

混合状態の分解の非一意性が、混合状態におけるマクロに異なる状態の重ねあわせの分析を、純粋状態におけるそれと比べてはるかに複雑にしており、そのため指数 q_2 以外にも様々な指数を考えることができる。そこで我々は第四章において、特に有用な 4 つの指数、 q_1 、 q_2' 、 q_c 、 q_s 、を紹介し、それらの物理的意味や、指数 q_2 との関係、それぞれの指数の長所、短所について議論する。

最後の第三部（第五章）においては、マクロに異なる状態の重ね合わせの可視化を考える。第一部、第二部で考えてきた指数たちは、マクロに異なる状態の重ね合わせの有無を判定することはできても、その重ね合わせがどういう構造をしているのか、どういう物理的意味を持つのか、という点については何も教えてくれない。そこで、それらの指数を用いて検出したマクロに異なる状態の重ね合わせを十分に理解するためには、その状態を可視化することにより、重ね合わせの構造を直感的に理解することが必要である。我々は、二つの非可換なマクロ物理量の準同時確率分布を導入し、それをプロットすることによってマクロに異なる状態の重ね合わせを可視化する方法を提唱する。この方法においては、可視化に適した物理量を系のサイズの多項式時間で見つけることができるというメリットも有る。さらに、実際にこの方法を用いて、物性系や量子計算機等の量子多体系に現れるマクロに異なる状態の重ね合わせを可視化し、これらの多体系に現れるマクロに異なる状態の重ね合わせの構造や物理的意味を直感的に理解する。最後に、可視化に用いた準同時確率分布自身の性質や物理的意味についても考察を行う。この準同時確率分布は一般には負の値も取りえるが、その負の値はウィグナー分布関数のそれのように、状態の何らか

の「量子性」を表していると期待できる。そこで我々は、この負の部分の振る舞いやその物理的意味、ウィグナー分布関数との類似性や相違点等について考察を行う。また、量子系は古典系と異なり、同じ量の測定でも考える測定モデルによって異なる（準）同時確率分布を与える。これは、同時測定される二つの物理量が一般には交換しないためである。我々は、この可視化に用いた準同時確率分布の物理的意味を明確にするために、この準同時確率分布がどのような測定モデルに対応するのかということについても議論する。

