論文内容の要旨

論文題目: Quiver Chern-Simons theories and M2-branes
(箙チャーン・サイモンズ理論と M2 ブレーン)

氏名: 木村 圭助

7 次元多様体 X_7 を base として持つような cone $C(X_7)$ の先端に M2-brane を配置したとき、near-horizon 極限 ($r \to 0$, r は cone の動径方向) として $AdS_4 \times X_7$ という重力解が得られる。一方、M2-brane 上の低エネルギー有効理論として 3 次元超共形場の理論が実現されると考えられている。従って、$AdS_4 \times X_7$ 上の M 理論と 3 次元超共形場の理論は等価であると予想される。これが $\mathrm{AdS}_4/\mathrm{CFT}_3$ 対応である。このような対応は一見全く異なる理論同士を結び付けるので、双方の理論を理解する上で重要である。しかしながら、3 次元超共形場の理論についてはあまり理解されておらず、また、対応する $AdS_4 \times X_7$ 重力解を見つけることも容易ではない。

一方、Schwarz によって M2-brane 上の低エネルギー有効理論が Chern-Simons 理論になることが予想された。更に近年、高い超対称性を持った Chern-Simons 理論が構成されている。例えば、O. Aharony, O. Bergman, D. L. Jafferis, J. Maldacena らは、$\mathcal{N} = 6$ の超対称性を持った 3 次元 Chern-Simons 理論を構成した (ABJM 模型)。この理論の真空の moduli 空間が $\mathbb{C}^4/\mathbb{Z}_k$ になることがわかったので、ABJM 模型はこの orbifold 特異点上に配置された M2-brane 上に実現される理論であると考えられている。そして対応する重力解としては $AdS_4 \times S^7/\mathbb{Z}_k$ が得られた。このような高い超対称性を持った理論は共形場の理論となると考えられている。このように、3 次元超対称 Chern-Simons 理論を構成し、それに対応する $AdS_4 \times X_7$ 重力解を見つけることは $\mathrm{AdS}_4/\mathrm{CFT}_3$ の観点から興味深い課題である。

ところで、$\mathrm{AdS}_5/\mathrm{CFT}_4$ においては brane tiling が重要な役割を果たした。brane tiling は D5-brane と NS5-brane からなる系であり、2 次元 torus 上のグラフによって表される。そして、このグラフは 3 次元 toric Calabi-Yau cone 上に配置された D3-brane の上に実現される 4 次元 $\mathcal{N} = 1$ 超対称ゲージ理論を考えるのに便利なツールである。このゲージ理論は、頂点とそれをつなぐ矢印からなる図 (quiver diagram) によって表されるので、quiver ゲージ理論と呼ばれる。このゲージ理論の真空の moduli 空間を調べると 3 次元 toric Calabi-Yau cone が得られるので、この背景場の上の D3-brane 上に実現される理論と同定するのである。D3-brane を cone の

先端に配置したときには near-horizon 極限で背景場が $AdS_5 \times X_5$ となるので、$\mathrm{AdS}_5/\mathrm{CFT}_4$ によれば、このゲージ理論は $AdS_5 \times X_5$ 背景場上の重力理論と等価となるのである。ただし、X_5 は 5 次元 Sasaki-Einstein 多様体である。

A. Hanany, A. Zaffaroni らは $\mathrm{AdS}_5/\mathrm{CFT}_4$ において有効であった brane tiling が $\mathrm{AdS}_4/\mathrm{CFT}_3$ においても有効であると考え、brane tiling を用いて 3 次元 $\mathcal{N}=2$ Chern-Simons 理論を構成する方法を提唱した。brane tiling は元々4 次元超対称ゲージ理論を構成する方法であるので、これを 3 次元 Chern-Simons 理論の構成に用いることは一見すると奇妙である。しかし、彼らはこの方法によって得られた Chern-Simons 理論の真空の moduli 空間をいくつかの例で解析し、それが一般に 4 次元 toric Calabi-Yau cone になることを予想した。もし、この真空の moduli 空間を M2-brane が動く自由度として解釈すると、4 次元 toric Calabi-Yau cone 上に配置された M2-brane として解釈される。そして cone の先端に M2-brane を配置した場合には near-horizon 極限として $AdS_4 \times X_7$ 型の重力解が得られることになる。brane tiling によって無限個の Chern-Simons 理論を構成することができるので、これによって無限個の $\mathrm{AdS}_4/\mathrm{CFT}_3$ の例が与えられることになる。

以上を踏まえて我々は、brane tiling を用いて構成した 3 次元 $\mathcal{N}=2$ Chern-Simons 理論と、その moduli 空間として得られる 4 次元 toric Calabi-Yau cone の関係を調べた。4 次元の toric Calabi-Yau cone は brane crystal と呼ばれる、3 次元の torus に描かれた、brane tiling の場合と同様のグラフによって表されるので、我々は Chern-Simons 理論を構成する brane tiling と、toric Calabi-Yau cone に対応する brane crystal との関係についても調べた。そして、brane crystal を 2 次元 torus に射影して brane tiling を構成できる場合には、与えられた toric Calabi-Yau cone を真空の moduli として持つような quiver Chern-Simons 理論を構成できることを示した。この brane tiling と brane crystal との関係から、4 次元 $\mathcal{N}=1$ quiver ゲージ理論と 3 次元 $\mathcal{N}=2$ quiver Chern-Simons 理論が持つ、真空の moduli 空間の関係が明らかになった。また、brane crystal を M5-brane の系として見たときに、次元縮小によって得られる D4-brane と NS5-brane の系から、弦理論的な解釈によって 3 次元 $\mathcal{N}=2$ quiver Chern-Simons 理論が得られることがわかった。