

論文審査の結果の要旨

氏名 初田 泰之

ここ十年ほどの超弦理論の進展のなかで生み出された新しい概念として、「重力・ゲージ対応」と呼ばれる重力理論とゲージ理論の間の対応関係がある。これは、従来は異なった相互作用を異なった原理に基づいて記述していると考えられていた一般相対性理論およびそれを含む超弦理論が、実は物理量の適当な読み替えのもとで、ゲージ理論のある特別な極限としても同等に記述できるという可能性である。超弦理論が両者を自然に含む統一理論であることから初めて到達できた考え方である。そのうち最もよく研究されてきたのは、本論文のタイトルにある AdS/CFT 対応と呼ばれるもので、典型的には 4 次元時空で共形不変性を保つ最大超対称なゲージ理論と、5 次元の反デ・シッター (AdS) 空間と 5 次元球面の積 ($AdS_5 \times S^5$) として構成される特別の 10 次元時空における超弦理論との対応関係である。4 次元ゲージ理論は、5 次元 AdS 時空の境界としての 4 次元時空上の理論と見なすことができる。この対応関係は、現在のところあくまでもいくつかの根拠に基づいた「予想」の段階にあるものであるが、この予想を様々な状況において確認するための研究が盛んに行われている。さらに、この予想を 4 次元 QCD のような、より現実的なゲージ理論にも拡張しようとする試みもなされており、今後の超弦理論およびゲージ場理論の発展にとって、その潜在的な重要さには計り知れないものがある。

本論文の目的は、AdS/CFT 対応に関してゲージ理論側、弦理論側の両方にある積分可能性の性質をもとに、両者の関係を結合定数の全領域で有効な方法を用いて調べようとするアプローチに関して新知見を与えることにある。具体的には、重力 (= 10 次元超弦理論) 側で 5 次元球面のうち 3 次元球面部分に広がりを持ったある特定なクラスの弦の運動の古典解に基づき、これまでは主に無限に大きな角運動量を持った状態について議論されていた両者の対応関係を、有限な角運動量の場合まで拡張するために有用な知見を与えた。本論文の表題にある「有限サイズ」効果は角運動量の有限性のことである。ゲージ理論側ではこの角運動量の大きさが、弦理論側の状態に対応する複合演算子を 1 + 1 次元スピン鎖系と見なしたときの 1 次元体積 (つまりスピン鎖の長さ) に対応する。

以下、本論文の構成に即して概要を述べる。第 1 章 Introduction では、AdS/CFT 対応の背景と研究の現状について簡潔にまとめた後、本論文の議論に関わる積分可能性に基づいてここ数年なされてきた研究の進展、特に有限サイズ効果について先行して得られている結果の概略を説明し、本論文の構成が述べられている。第 2 章から第 5 章は、第 6 章以後の議論のための準備として、AdS/CFT 対応 (第 2 章)、複素 sine-Gordon 方程式と古典弦の運動方程式との対応 (第 3 章)、大角運動量の弦理論状態に対応すると考えられるゲージ理論側の複合演算子の異常共形次元のスペクトルを可積分スピン鎖の方法で解析するのに用いる S 行列の方法 (第 4 章)、有限サイズ効果を扱う基本的な描像である wrapping 効果 (第 5 章) を与える Lüscher 公式についてのレビューにあてられている。

続く第 6 章と第 7 章は論文申請者自身の研究に基づいており、本学位論文の主要部分をなす。第 6 章は、まず、第 3 章で議論された $S^3 \times R_t$ 時空 (時間 1 次元と 3 次元球面のなす 4 次元時空) 方向に広がり、重心は AdS 時空の中心に静止している弦の古典解 (helical string) を解析して、二つの方向に角運動量 (それぞれ J_1, J_2) をもった dyonic giant magnon と呼ばれる場合を調べ、

J_1 が十分に大きく J_2 が任意の有限値をとる場合のエネルギースペクトルを計算する。この解に基づき、 J_1 が無限大の極限の結果にたいする指数関数的補正項を導出し、ゲージ理論側で対応する複合演算子の異常共形次元を表す分散式の J_1 が十分大きいときの有限サイズ効果と比較した。ゲージ理論側の有限サイズ効果の計算は、第5章で論じられている wrapping 効果を取り入れる方法としての Lüsher の公式を非相対論的な複合状態に拡張することにより行っている。この公式によれば、エネルギースペクトルに対する wrapping 効果は、 μ -term と呼ばれる項と F-term と呼ばれる項の2つの部分からなっている。前者は角運動量が1個の場合に関する他グループによる先行する研究により、古典的な有限サイズ効果に対応する一方、後者は 1-loop 量子効果による有限サイズ効果に対応することが示されている。本論文は、前者の効果が確かに弦の古典解から得られる有限サイズ効果と一致することを示し、 μ -term に関する既知の結果を二つの角運動量によって特徴づけられる dyonic giant magnon の場合に拡張した。

第7章では、前章の結果をさらに一般の多体複合状態 (multi magnon bound state) に拡張する試みを論じた。そのためには、Lüsher 公式を多粒子状態へ拡張しなければならない。それを与える一般化された Lüsher 公式の提案を行い、その正当性の証左として、まず、F-term がゲージ理論のスピン鎖側の議論から得られる 1-loop 有限サイズ効果と一致することを示した。また、厳密に有限サイズ効果が議論できる 2次元場の理論である sinh-Gordon 模型で知られている 1-loop 補正との比較により、本章で提案された F-term の構造が確かにこの場合の厳密な結果と調和していることを示している。古典的な有限サイズ効果を表していると考えられる μ -term に関しては、すでに finite-gap method として知られている別の方法に基づく既知の結果と比較することにより、本論文で提案した一般式から得られる結果と調和していることを示している。さらに、特に全ての粒子が十分に多数の素励起 magnon 状態の複合状態であるという場合には、有限サイズの場合の漸近的 Bethe ansatz から得られる結果とも調和する構造を持つことを示している。

以上のように、本論文は、有限サイズ効果に関してこれまで知られていた結果を dyonic giant magnon に拡張して超弦理論側と弦理論側の比較を行い、両者の整合性を示した。さらに、この結果をより一般的な magnon 複合状態に拡張するのに有用な Lüsher 公式の一般化について新たな提案を行いその正当性を論じた。これらはどちらも AdS/CFT 対応に関して今後の研究に有用な新しい知見を得ていると評価できる。本論文は、鈴木了氏との共同研究に基づくものであるが、申請者の主体的な寄与が十分なものであると認定した。よって、審査委員会は全員一致で本論文は、博士 (理学) の学位を授与するのにふさわしいものであると判定した。