論文審査の結果の要旨

氏 名　乙 部 達 志

結晶体の表面あるいは氷と水のような異なる相を分離する境界面のことを界面という。一般に界面の形は，総表面張力あるいは界面に対して外部から働く力の影響等を考慮して得られる変分問題の最小解として特徴付けられる。そのような変分問題は，数学的にはミクロなレベルのモデルに対して大偏差原理を示すことにより導かれる。特に大偏差原理の速さ関数の最小解が唯一つであれば，界面の形はその最小解として与えられることが知られている。しかしながら，大偏差原理の速さ関数の最小解が複数個存在する場合には，それらは界面の形の候補ではあるが，実際の界面の形がその中のどれであるかは定かでない。そのような状況において，界面の形を決定することは自然でかつ重要な問題である。論文提出者乙部達志は，界面モデルに関連した以下の４つのモデルについてこのような問題を論じ，大偏差原理の精密化を行うことにより極限として現れる形状を決定し，上記の問題の解決を図った。

まず第１に，ピンニングの影響がある平均０の Gauss 的ランダムウォークを考え，対応する大偏差原理の速さ関数の最小解が唯一つでない場合のスケール極限について考察した。また，このようにして定義されるマルコフ連鎖の原点への到達時刻に対する中心極限定理，および自由エネルギーの臨界指数について考察した。乙部は，壁がある場合，ない場合，さらに境界条件が Dirichlet 境界条件，自由境界条件になる場合の都合４つの異なる場合について考察し，スケール極限が境界条件と空間の次元に依存するという結果を導いた。特に，２次元で Dirichlet 境界条件の場合と１次元で自由境界条件の場合には，スケール極限において２つの形が確率的に共存するという興味深い結果を得た。

第２に，上記の問題を，より一般のランダムウォークについて考察した。ただし，壁がある場合，あるいはランダムウォークのドリフトが０でない場合に最小解が無限個出現するような状況が考えられるが，そのような場合は考察の対象から除外している。大偏差原理の精密化を行うためには，分配関数の詳しい挙動を調べる必要があり，その解析には Cramér 変換されたランダムウォークに対する局所中心極限定理が用いられた。

第３に，自己ポテンシャルの影響がある１次元 Brown 運動を考え，対応する大偏差原理の速さ関数の最小解が唯一つでない場合の大数の法則について考察した。このモデル

では，自己ポテンシャルの $\pm\infty$ における挙動の違いによりスケール極限が変化することを示している。

最後に，自己ポテンシャルを持つ $\nabla\varphi$ 界面モデルに対する大偏差原理を考察した。$\nabla\varphi$ 界面モデルに対する大偏差原理は様々な研究者によって研究されてきたが，特に乙部は，自己ポテンシャルがマクロな界面の高さに依存する場合等，より広いクラスのポテンシャルに拡張して大偏差原理を示した。

これらはいずれも重要な結果であり，大偏差原理およびその精密化において新しい視点を開くものとして大変興味深い。

以上のような理由により，論文提出者乙部達志は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。