

論文審査の結果の要旨

氏名 河内一樹

本論文において、著者河内一樹は、これまで社会学、心理学、経済学、情報科学等において学際的に論ぜられてきた情報、流行、文化、態度などの伝搬過程、とくに人口レベルにおける噂や流言などの言説の流布に関する数理モデルを提起し、その数理解析をおこなっている。

このような広義の情報伝搬過程の数理モデルの起源は、おそらく N. Rachevsky や A. Rapoport による 1930 年代から 50 年代にかけての社会関係や情報伝達に関する数理モデルにあるであろうが、感染症数理モデルとの関連では、D. G. Kendall、D. J. Daley 等による 60 年代の研究がある。しかし、1980 年代以降、感染症数理モデルがきわめて盛んに研究されるようになり、生命数理科学における最大の研究領域になりつつあるのに比べると、社会的情報伝搬過程の数理モデルに関しては、最近のネットワーク理論を例外として、成果に乏しく、ことに微分方程式モデルに関しては見るべき発展がなかった。

著者は、口頭でのコミュニケーションが連鎖することで短期間の間に不特定多数の人々に大規模に広まる言説を「流言」と定義する。これは感染症数理モデルとの類比でいえば、感染因子に相当するものであり、感染症数理モデルとの類似性は著者のモデル構築の基礎である。古典的な SIR 型感染症モデルにおいては、人口は感受性状態、感染性状態、回復・免疫状態に 3 分割され、感染性人口と感受性人口の出会いによって感染が拡大する。これに対応して著者は、流言が伝播する基本的な仕組みは、「流言を知らない人」が「流言を知って広める人」に出会い、「広める人」がその流言を伝達することで「知らない人」が流言を知るというものであると考える。一般の重症化にいたらない感染症では、一定の感染期間ののち、感染者は回復して免疫性を獲得する。これに対して、著者は、免疫性かわりに、消極的に、あるいは積極的に流言流行を阻止する役割の人口を想定した。感染症においては、感染からの回復や免疫性の獲得は治療行為がなければ非人為的で自然な過程であるが、流言・流行伝搬においては、人間の意識的行為による様々な反応が予想され、この点が感染症流行との大きな違いと考えられる。

第一章では、ホスト人口集団を、特定の流言に関して感受性のある人口 (susceptibles, 流言を知らない人たち)、広め役人口 (spreaders, 流言を知って広める人たち) 及び火消し役人口 (stiflers, 流言は知っているが伝播を阻止する人たち) の 3 状態に分類したうえで、個体間の接触と情報伝達により引き起こされる状態遷移として次の 3 通りを考えている。(i) 感受性個体と広め役個体が接することで感受性は流言を知り、一定の割合で広め役に、

または一定の割合で火消し役に遷移する：(ii) 広め役個体同士が頻繁に接し流言を話題にすることで、飽きが生じて一部の広め役個体が火消し役に遷移する：(iii) 広め役個体と火消し役個体が接すると、広め役個体が話題提示した流言に対して火消し役個体が「関心を示さない」「否定的な見解を示す」ことで、一部の広め役個体が火消し役に遷移する。ここで、感染症流行モデルと対照させて考えると、(ii) は感染者同士に自己相互作用があることを意味し、(iii) は感染者から免疫保持者への遷移が、自然な回復過程以外に免疫保持者の密度に依存する過程として想定されているわけであり、これまでの感染症流行モデルでは考察されたことのないプロセスである。感染症流行においても、病原因子の進化的変異は重大な問題ではあるが、流言の伝搬においては、流言内容はより不安定であり時間的に変動しやすい。著者は、広め役に関しては常に最新の情報によって流言内容を更新し続けるが、火消し役に関しては積極的に流言に関する情報を得ないために、流言の内容変化にともなって一定の割合で感受性に遷移するという仮定によって流言内容の変動を表現している。

上記の仮定のもとで、ホスト人口集団については、(i) 人口学的変動を無視した閉鎖人口集団における短期的流行モデル、(ii) 出生・死亡などの人口学的要素を考慮した長期的流行モデル、(iii) ホスト人口の年齢構造を考慮したモデル、の3つのケースについて微分方程式モデルを提唱し、システムの数学的適切性を示した上で、系の漸近的挙動を解析している。

これらのモデルにおいては、流言が存在せず、全員が感受性である自明な平衡点が常に存在するが、広め役の持続的拡大という意味での流行が発生するか否かは、パラメータによって与えられる閾値によってきまる。これは感染症流行における基本再生産数とそれによって定式化される閾値現象と同じである。人口学的に感受性人口が補充される場合は、流行が発生すれば、広め役や火消し役が存在する平衡点が分岐して、安定性の交換がおきる。常微分方程式系に関しては、安定性は大域的なものであることが示されている。年齢構造を考慮した偏微分方程式モデルに関しては、流行発生の際の閾値条件を与える再生産数は、ある種の正作用素のスペクトル半径として与えられ、これが1より小さいと共存定常解は存在しないが、1より大きいと自明定常解から共存定常解が前進分岐して、やはり安定性の交換がおきることを示されている。しかし一般に偏微分方程式系では、分岐した正定常解の一意性や大域安定性は無条件では期待できないが、そうしたリアプノフ的な意味での安定性解析のかわりに系の大域的挙動を調べる一つの方法として注目されているのが、システムのパーシステンスである。これは十分時間が経過したときに、系のある成分が絶滅せずに生存していることを表すものであり、個体群生態学において基本的な概念となってきた。著者は Horst R. Thieme による一般的な結果をふまえて、年齢構造化

流言伝搬モデルにおいて流行閾値がクリアされた場合、spreaders に関するパーシステンスがなりたつことを示した。

第二章においては、さらに系が一様強パーシステントであるための十分条件を与える一般的定理の定理を Martcheva and Castillo-Chavez による C 型肝炎モデルおよび稲葉による HIV/AIDS の流行モデルに適用して、基本再生産数が 1 より大であれば、系が一様強パーシステントであることを証明している。

第三章においては、第一章のモデルを拡張して、(i) マスコミやプロパガンダのような全人口に一律に働きかける外部情報源の存在の影響、(ii) 火消し役人口が流言伝播を積極的に抑えようとする効果（感受性人口に対する対抗流言など）、(iii) 流言内容の変容効果、が考察されている。その結果、上記の 3 つの効果がすべて考慮された場合には、パラメータの値によっては、後退分岐によって二つの内部平衡点が出現することを見いだしている。このことは、積極的な流言抑制効果によって、広め役と火消し役の人口が、感受性人口というリソースを巡って競合するためであると考えられる。こうした場合、ひとたび流言が広まると、分岐パラメータを分岐点まで低下させるだけでは必ずしも流行を根絶するには十分ではない場合があることを示している点で重要な発見である。

第四章では、第三章で考察したモデルをホスト人口の年齢構造を取り入れて拡張した上で、その解析をおこなっている。この年齢構造化モデルでは、感受性と広め役のみが共存する平衡点、感受性と積極的火消し役のみが共存する境界平衡点が出現するが、それぞれの平衡点が存在するための条件や局所安定性が、二つの正作用素の正固有値が 1 より大きいか否かによって決定されることが示されている。すべての状態が共存する平衡状態の存在問題は未解決であるが、複数の再生産数の存在と部分的な共存という感染症モデルにはない新しい現象を見いだしていることは興味深い。またこのような分岐解が不安定化して周期解を導くかどうかを検証することは今後の課題であろう。

以上のように、これらの結果は、流言伝搬過程における侵入条件、共存条件、パーシステンスが適切に定義された再生産数やパラメータ条件によってよく特徴づけられること、また年齢構造化個体群における流言伝搬現象においても、システムの挙動（定常解の分岐と安定性）をきめる閾値パラメータを特定することに成功している。実証的データに乏しい流言や情報伝搬のような社会現象の数理モデルは未だに非常に未発達であり、本論文におけるモデルも理論的、定性的性格を免れないが、感染症数理モデルにおいて発達してきた概念や手法が、こうした社会現象の研究においても非常に有効であることを示した本論文の、将来的な研究の基礎としての意義は十分に評価に値するものである。よって、論文提出者 河内一樹 は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。