論文審査の結果の要旨

氏名：　坂本健一

坂本健一氏は、学位申請論文において拡散方程式及び時間微分の階数が非整数階である拡散方程式の解に対して、与えられた初期・境界値の下で解に関する観測データから空間分布の外力項に含まれる空間変数に依存する関数を決定するというソース逆問題の適切性、すなわち解の一意存在と安定性を示した。地下水汚染や土壌汚染等の環境問題において時間微分が非整数階である拡散方程式は、時間微分の階数が 1 である古典的な拡散方程式と並んで基本的な支配方程式であり、実際の拡散現象をモデル化される際に環境工学では特に最近になって非整数階時間微分の拡散方程式が用いられることが多い。

第 1 章においては拡散係数をパラメータに含んだ古典的な拡散方程式に関して、空間方向に平均化された観測データによるソース逆問題の適切性を考察した。ここで採用した観測データは、空間の各点 x での時間区間における解の時間平均データとして解釈でき、例えばセンサーが領域内を動き回るという現実的な状況に対応している。既存の論文においては、時間平均を取る際の重み関数が x に依存しない場合に、空間領域が十分に小さい場合にこの逆問題が適切であるという結果が証明されていたに過ぎない。坂本氏は、拡散係数パラメータ r の導入により, 領域が小さくない場合にも r の有界集合において有限集合を除いた全ての r に関してソース逆問題が適切になるという、いわゆる「一般的な (generic) 適切性」を証明し、従来の結果を一般化した。なお適切性が成立しない有限集合は一般には空集合にはならずその意味で坂本氏の結果はこれ以上改良できない最上のものである。

第 2 章では、空間の各点において、与えられた時間区間のある時刻で、解の値を観測することによる拡散方程式に対するソース逆問題において、一意性が成立すれば適切であるという第２種フレドホルム作用素方程式に関する択一定理が成り立つことを示した。

第 3 章では、時間微分の階数 α が $0 < \alpha < 2$ を満たす場合に非整数階拡散方程式の境界値がゼロの場合の初期値問題の解を固有関数展開によるフーリエの方法で求め、フーリエの解を用いて、$0 < \alpha < 1$ の場合に非整数階拡散方程式の解に関する以下のような異常拡散の性質を証明した：(1) 時間の経過とともに時間方向には無限回微分可能になるが、空間方向には２階までしか微分可能性が改良されないこと。 (2) 空間領域における勝手な部分領域で勝手な時間区間において解がゼロになれば実は解は全ての点と時刻でゼロになること。(3) ゼロ解でない限りは時間 t に関する減衰率は β を任意の正数として $1/t^\beta$ より速くなることはありえないこと。これらの性質は、実験などで確認されていた事実に数学的な正当化を与えるものであり、理論上の興味だけではなく応用上の見地からも注目すべき結果である。坂本氏の証明も古典的な解析手法に基づきながら、逆問題固有の方法論も駆使したものであり手法的にも評価すべき点がある。

第 4 章では、第 3 章で考察した非整数階の拡散方程式に関して、初期・境界値問題の解の終端時刻における空間方向の観測からソース項を決定する逆問題を論じた。第 1 章と同様に拡散係数パラメータに関するソース逆問題の一般的な適切性を確立した。

第 5 章では、第 4 章で扱った方程式に対して、第 1 章の観測方法による逆問題を考察し、第 1 章と同様にして拡散係数パラメータに関する一般的な適切性が非整数階拡散方程式に対しても成立することを証明した.

坂本健一氏による以上の結果は、古典的な偏微分方程式論における評価を駆使し、さらに逆問題における方法論を独自に適合させることによって始めて確立されたものである。特に非整数階拡散方程式の逆問題の数学解析の結果はその重要性にも関わらず極端に少なく、数学上の意義とともに工学など関連分野における重要性も明らかである。

よって、論文提出者　坂本健一　は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。