

論文審査の結果の要旨

氏名 中岡 宏行

本論文は Brauer 群を巡る圏と関手を研究対象とし、そこに重要な構造を見い出している。

第1部では、体の有限次ガロア拡大 E/F の Brauer 環の構造を具体的に決定している。Brauer 環 $B(E, F)$ は、Jacobson によって導入された概念であり、Brauer 群をその乗法群の部分群として有する可換環であるが、自明な拡大の場合を除いてはその構造は決定されていなかった。中岡宏行は、これが加法的関手 F に対する F -Burnside 環という典型的な Mackey 関手で表せることに着目し、Brauer 環の Mackey 関手としての性質を調べることによって Brauer 環 $B(E, F)$ の明示公式を作ることに成功している。さらに一般には、加法的関手 F に対する F -Burnside 環の構造を決定している。

第2部では、連結なスキームの有限次エタール被覆のカテゴリーに対し、Brauer 群の関手が cohomological Mackey 関手になることを示した。この結果については、可換環の場合には Ford がすでに証明していたが、スキームに一般化するにはその Brauer 群のノルム写像を構成することが難しく、スキームの場合はこれまで示されていなかった。この結果から、連結スキーム X とそのガロア被覆 $\pi: Y \rightarrow X$ でガロア群が G となるものに対して G 上の cohomological Mackey 関手 $B\nabla$ で $B\nabla(G/H) \cong \text{Br}(Y/H)$ となるものが存在することがわかる。

第3部では丹原関手を扱っている。Mackey 関手は群 G に対する G -同変理論でのアーベル群の類似であるが、可換環の G -同変理論の類似物が丹原関手である。それは、それぞれ加法、乗法に対応する Mackey 関手のペアとしての構造を持ち、古典的な Witt 環の一般化となっている。Brun は有限群 G 上で、ある条件の下、Witt-Burnside 環が丹原関手として記述できることを示した。中岡宏行は、群 G がプロ有限群に対して丹原関手の定義を与え、それを用いてプロ有限群上でも、ある条件の下、Witt-Burnside 環が丹原関手として記述できることを示した。プロ有限群に対する丹原関手の定義は Mackey システムを用いて与えたが、これは有限群の場合にはもとの定義と一致する。また、これは吉田知行の定義した一般 Burnside 環に丹原関手の構造を与え、Elliott の定義した関手 V_M にも丹

原関手の構造を与えるものとなっている。

第4部では Symmetric monoidal category の Brauer 群の研究を行っている。Vitale は symmetric categorical group (SCG) のなす 2-圏 SCG を考えて Brauer 群について 2-categorical な理論を構成した。これを踏まえ、中岡宏行は、圏の理論において、直和、直積、テンソル積などの演算のできる圏としてのアーベル圏に対応して、2-圏においても同様の演算ができる圏として relatively exact 2-category の概念を得、これを用いて Picard 群、Bauer 群の理論を展開した。彼の定義したこの圏は自己双対的であり、Vitale の SCG の概念を含む壮大なものである。この圏において 2-category の cohomology 理論を展開した。例えば、short exact sequence から long exact sequence が誘導され、2-category において homology 代数の理論を展開する際に中心的役割を担うと期待される。

以上のように、中岡宏行の構成した理論は圏論における大きな枠組みを与えており、代数幾何学、数論、表現論において新しい有力な方法を提供し、この方面の研究に大きく貢献するものである。よって、論文提出者 中岡 宏行は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。

審査委員

主査	東京大学 (数理)	教授	桂	利行
	(数理)	教授	川又	雄二郎
	(数理)	教授	斎藤	毅
	(数理)	教授	寺杣	友秀
	(数理)	教授	宮岡	洋一