論文審査結果の要旨

氏名　米田　剛

本博士論文では、フーリエ解析的手法を用いて（ｉ）概周期関数を初期値としたコリオリ力付ナヴィエ・ストークス方程式の大域可解性および（ⅱ）進み型関数微分方程式の新しい解構成法の二つの問題を考察した。

コリオリ力付のナヴィエ・ストークス方程式は、地球流体学で大気の流れや海流のような回転している地球での流れを記述する基礎方程式として広く用いられている。しかし、その初期値問題の大域可解性はコリオリ力付ではないナヴィエ・ストークス方程式についてもよくわかっていない。実際、3 次元的流れについては、初速度が大きい場合の時間大域的に滑らかな解が一意に存在するかどうかについて、クレイ社がその解決に 1 万ドルの賞金を懸けるほどである。回転場内の流体にはコリオリ力が働き、コリオリ力が十分大きければ、つまり回転が十分大きければ 3 次元的流れにも関わらず、時間大域的に滑らかな解の存在が知られているが、初速度が空間無限遠で減衰している場合、または周期的な場合に限られている。

本博士論文では、周期的ではなく、かつ減衰していない初速度として、概周期的な関数を考え、時間大域可解性について論じている。その主結果は、回転数が大きければ、時間大域的に初期値問題が一意可解であることを主張している。より正確には、対応する 2 次元流の解が存在する場合に、任意の時間区間内において回転数の大きな場合に、時間大域的に滑らかな解の存在を示した。小さくもなく、周期的でもなく、減衰しない初速度についての時間大域可解性の結果としては先駆的なものである。

本博士論文では、周期関数の場合の研究の考え方は用いているが、次の点で本質的に新しい。周期条件の場合は、二乗可積分関数の空間や、それに基づくソボレフ空間の様なヒルベルト空間や、またエネルギー不等式が効率的に使える。しかし、概周期関数の場合は、このような手法が使えない。なぜならば、エネルギーは無限になってしまうからである。論文提出者はフーリエ像が速度になる空間を用い、またマイルド解という積分方程式の解を巧みに用いてこの困難を克服した。また、周期関数の場合の証明手法はわかりにくかったが、論

文提出者は方程式にあらわれる様々な項を適切に分解し、問題の構造を明らかにした。具体的には、非線形項を（a）2次元のみの相互作用の部分（b）反対称性を持ち、2次元流が回転軸方向へ作用する部分（c）反対称性を持たずに、2次元流が回転軸方向へ作用する部分（d）3次元のみの相互作用の部分（e）共鳴しない部分（(a）ー（d）は共鳴部分)。このうち、(e）の部分を除いた共鳴部分は2次元的な方程式である。このような分解は文献では明らかになっておらず、本博士論文のこの分解により、非線形項の構造が明確になったといえる。共鳴部分についてではあるが、この構造は2次元流ナヴィエ・ストークス方程式とよく似ている。実際、2次元ナヴィエ・ストークス方程式の大域可解性より、共鳴部分の方程式大域可解性が示せる。また、非共鳴部分は回転数を大きくするとき、ゼロに収束することがわかる。これは周期関数の場合と同様であるが、概周期のために複雑になっている。また、ここで概周期について大域可解性が不明な例外集合があらわれる。この例外集合の扱いは今後の課題である。非共鳴部分がゼロに収束することにより、本博士論文の主張である「概周期関数を初期値とするコリオリ力付ナヴィエ・ストークス方程式」の時間大域可解性が回転数が大きいときに示せる。

進み型関数微分方程式として本博士論文で扱われている方程式は「走行中の電車のパンタグラフと下線との接触によって起こる複雑な振動を表現」していると考えられている。これまでに知られている結果は、解の存在や解の漸近挙動に関するものばかりであった。本博士論文では「スプラインウェーブレット」からヒントを得て、フーリエ解析的手法を有効に用いて、具体的な解を構成した。扱った典型的な方程式は $df(x)/dx=af(\lambda x)$ という形である。ここで a は 1 ではない実数で λ は 1 より大きいとする。この解をフーリエ変換を用いて構成するのである。この手法により、様々な具体的な解を構成でき、しかも λ の値によって解がどの様に変化していくかが容易に判定できるようになった。一見易しそうな問題であるが、解が具体的に表示でき、しかも簡単に計算できるようになった意義は大きい。

どちらのテーマも、本博士論文の結果は学術上極めて意義深く、今後の研究の進展に多いに寄与することは間違いない。よって論文提出者の米田剛は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。