論文審査の結果の要旨

氏　名　　　　　野　澤　　啓

K接触多様体とは、接触形式が与えられている奇数次元閉多様体で、接触形式のレーブ流が、多様体上のあるリーマン計量に対して等長変換になるというものである。レーブ流の作用の等長変換群における閉包はトーラスとなり、このトーラスの作用は、接触形式を保つ。このトーラスの次元が階数と呼ばれる。

通常の $2n-1$ 次元接触閉多様体において、接触平面場を保つトーラスの作用が与えられている時、トーラスの次元は１次元以上 n 次元以下である。このようなトーラスの次元が n であるときには、トーリックな接触多様体と呼ばれ、近年、Boyer, Galiski, Lerman 等により、構造が良く分かってきている。

また、K接触多様体構造で、さらにレーブ流が横断的に複素ケーラー構造をもつものは、佐々木多様体として、研究されてきたもので、二木らの研究により近年その理解が大きく進展している対象である。

K接触多様体の構造については、３次元のときは、階数２の場合のレンズ空間構造、階数１の場合のザイフェルト・ファイバー構造の両方とも良く分かっている。５次元のときは、階数３の場合は、トーリック接触多様体として分類され構造がわかっていたが、階数２の場合は、分類はされていなかった。

論文提出者野澤啓は、レーブ・ベクトル場と、２次元トーラスにおいては１次独立な接触形式を保つベクトル場の接触形式に対する値が、多様体上のボット・モース関数になることに着目し、これを用いて５次元階数２のK接触多様体の構造を解明した。

まず、このボット・モース関数の臨界点は、レーブ流の閉軌道と一致し、指数は、0, 2, 4 のいずれかになる。指数２の臨界点の安定多様体、不安定多様体はレンズ空間と微分同相なK接触部分多様体となる。また、閉軌道の近傍、K接触部分多様体となるレンズ空間の近傍では、レーブ流の標準形が得られ、それらのチェインの近傍に T^3 作用が存在することに注意する。

５次元階数２のK接触多様体に対し、その２次元トーラス作用の固定化群のデータをあらわすグラフは、ボット・モース関数の安定多様体、不安定多様体の関係をも表わすものになる。論文提出者の最初の結果は、２つの５次元階数２のK接触多様体に対し、固定化群のデータをあらわすグラフが同型ならば、K接触多様体の構造は微分同相で写りあうというものである。

さらに、指数２の臨界点の安定多様体、不安定多様体、固定化群が自明でないK接触部分多様体の近傍を解析して、K接触部分多様体となるレンズ空間についてのブローアップ・ブローダウン、レーブ流の閉軌道についてのブローアップ・ブローダウンを法として、５次元階数２のK接触多様体は、曲面上のレンズ空間束と同値になることを示した。より詳しくは、ボット・モース関数

の最大値集合、最小値集合が３次元の場合は、K接触部分多様体となるレンズ空間についてのブローダウンを繰り返して、曲面上のレンズ空間束にすることができ、最大値集合、最小値集合に１次元の部分があれば、それをブローアップして３次元にして、２次元球面上のレンズ空間束にすることができるということを示した。

このブローアップ・ブローダウンには、近傍における T^3 作用の存在を用いる。もともと、４次元ハミルトン円周作用をもつシンプレクティク多様体の Audin, 阿原・服部, Karshon による研究の中で、複素曲面におけるブローアップ・ブローダウンに対応する操作が用いられていたことが背景にあるが、状況はこの場合よりも複雑であり、博士論文においては、K接触部分多様体となるレンズ空間についてのブローダウンによる変形に着目した点が独創的である。

また、接触形式を保つ T^3 作用があれば、トーリック接触多様体となるので、ボット・モース関数の形に制限がつくが、その条件を満たす５次元階数２のK接触多様体に対しては、ある技術的条件を満たせば、接触形式を保つ T^3 作用が存在することを示した。

佐々木多様体との関係では、５次元階数２のK接触多様体は佐々木多様体となる計量を持つことも示している。

このように、論文提出者の結果は、これからの接触多様体の研究において重要なものである。よって論文提出者 野澤啓は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。