

論文審査の結果の要旨

氏名 Cousseau Florent

パーセプトロンとは、脳の働きにヒントを得た学習能力のあるパターン認識機械である。パーセプトロンは、脳科学的な側面だけでなく、機械学習や情報理論などの情報科学の分野でも注目をあびている。パーセプトロンの一種である多層パーセプトロン(Multi Layer Perceptron, MLP)は特異性や入れ替え対称性という特殊な性質をもつ。本論文の目的は、MLPを学習理論や情報理論に適用した場合に、特異性や入れ替え対称性が、MLPの性能にどのように影響を与えるかを理論的に解明することである。本論文は二部構成からなる。第一部ではMLPの学習理論について述べ、第二部ではMLPの情報理論への応用を述べられている。

本論文の導入では、本論文の中心課題であるMLPの特異性と入れ替え対称性が紹介されている。多層パーセプトロンは、入力層、中間層、出力層の三層から構成される。MLPでは、中間層の素子を入れ替えても、そのMLPの性質は変わらない。この性質を入れ替え対称性とよぶ。また、中間素子数が少ない小さいMLPは、中間素子数が多い大きいMLPに含まれるという性質がある。それを特異性という。大きいMLPで小さいMLPを表現すると、大きいMLPのパラメータである結合加重に関して不定性が存在する。大きいMLPの結合加重の有限領域である不定領域は、小さいMLPの結合加重では一点に対応する。これを特異点と呼ぶ。

第一部の第1章と第2章では、MLPの持つ特異性が、学習のダイナミクスにどのように影響を与えるかを述べている。これまでMLPの学習過程には、学習が一度停滞した後に再び学習がはじまるプラトーと呼ばれる現象が報告されている。これまで主に数値計算と計算機実験を用いて、MLPの持つ特異性や入れ替え対称性がプラトーの原因であると示されてきた。ここで、この知見を解析的手法で明らかにしている。数値計算等のこれまでの知見から、MLPの学習初期には系が特異点近傍に高速に収束し、プラトー状態では特異点近傍に停留することがわかっている。そこで学習過程のダイナミクスを、速いダイナミクスと遅いダイナミクスに分離する一種の断熱近似を用いて、遅い変数の閉じた方程式の導出に成功している。この理論を通常学習法である最急降下法に適用し、特異点は安定な領域である安定多様体と不安定多様体から構成され、非線形動力学で知られているミルナーアトラクターと同様の性質を持つことを解析的に示している。MLPのプラトーに関する、このような解析的な計算は世界で初めての試みである。次に、この理論を、フィッシャー情報行列逆行列を用いた学習法である自然勾配法に適用している。自然勾配法では、結合加重の空間の尺度である計量をフィッシャー情報行列により変更している。特異点周りでは、フィッシャー情報行列が0に近い値をもつ。その逆数で結合加重を変換するので、変化が遅い特異点周りのダイナミクスを加速する働きを持つ。今回導出した理論を自然勾配法に適用すると、自然勾配法では特異点の動力学的な

性質が変化し、特異点周りに系が停留するプラトーが生じないことを解析的に示すことができる。

第二部の第3章と第4章では、MLPを情報理論で取り扱われる歪み有りデータ圧縮と誤り訂正符号に適用した結果が述べられている。歪み有りデータ圧縮や誤り訂正符号では、性能の上限であるShannon限界が存在し、そのShannon限界を達成することが研究の基盤となっている。パーセプトロンの性質は、統計力学的手法の一つであるレプリカ法で解析されている。レプリカ法では、レプリカ対称性(Replica Symmetry, RS)とよばれる仮定を導入し、まず計算を進める。次にレプリカ対称性が破れRSB(Replica Symmetry Breaking)が起こるAT(Almeida Thouless)条件を求める。第3章では歪み有りデータ圧縮が議論されている。一層パーセプトロンについて、出力層に非単調関数を用いたパーセプトロンをRS仮定のもとに解析すると、レート歪み関数とよばれるShannon限界が達成されることが報告されている。しかしながら、あるパラメータ領域では、RS仮定が破れてRSBが起こることが報告されている。そこで本論文は、この困難を回避する方法として、多層パーセプトロン的一种である木構造パーセプトロンを歪み有りデータ圧縮に適応することを提案している。木構造パーセプトロンは K 個の中間層素子から構成されている。各入力層素子がそれぞれひとつの中間素子にのみ結合している。木構造パーセプトロンは一層パーセプトロンを特殊な場合として含むモデルであり、 $K=1$ が一層パーセプトロンに対応する。また、パーセプトロンに木構造を導入することにより、同じ圧縮率を達成する解の数が、 $K=1$ の一層パーセプトロンに比べて2の K 乗倍増加することも容易に示すことができる。まずRS仮定の下に、木構造パーセプトロンの圧縮限界を計算している。 $K=1$ と同様に出力関数のパラメータを最適化すると、木構造パーセプトロンでも圧縮の限界であるレート歪み関数が達成できることを報告している。次にAT条件を求める事により、木構造パーセプトロンがどの程度RSBに対して頑健かが議論されている。

第二部の第5章では、木構造パーセプトロンへの確率伝搬法の適用が述べられている。木構造パーセプトロンを用いた場合、誤り訂正の復号や歪み有りデータ圧縮の符号化は、取り扱う素子数の大きさに関して計算量が指数的に増大する。そこでそれら復号化や符号化において、近似的な手法を用いる必要がある。本論文では、その近似手法として確率伝搬法を導入している。確率伝搬法を木構造パーセプトロンに適用すると、中間素子数 K が大きいほど、圧縮率が悪化することが報告されている。その理由は、中間素子数 K が大きいほど、レート歪み関数を達成する解の数が2の K 乗倍増加することに起因していることが示唆されている。

以上のように、本論文は、特異性と入れ替え対称性の観点から、多層パーセプトロンの学習理論と情報理論に関する新たな理論的な知見を獲得することに成功している。これらの研究により、多層パーセプトロンの学習の効率化や情報理論への適用性の解明について貢献することが期待できる。

なお、本論文第一部は尾関智子、H. Wei, J. Zhan および甘利俊一と、第二部は三村和史、大森敏明および岡田真人との共同研究であるが、論文提出者が主

体となって解析，実験及び検証を行ったもので，論文提出者の寄与が十分であると判断する．

したがって，博士（科学）の学位を授与できると認める．