

論文の内容の要旨

Quantitative Analysis of Hedge Funds and Applications of a Singular Perturbation Method to a Stochastic Volatility Model (ヘッジファンドの数量分析と特異摂動展開法の確率的ボラティリティモデルへの応用)

山本 匡

本博士論文はヘッジファンドの数量分析(Part I)と特異摂動展開法の確率的ボラティリティモデルへの応用(Part II)の二つのテーマからなる。

1990年代以降ヘッジファンドの運用資産や数が急増し、金融市場におけるヘッジファンドの存在感が非常に大きくなってきた。ヘッジファンドは専門性の高いマネージャーが投資戦略を練り、機関投資家や個人富裕層の巨額の富を運用している。ヘッジファンドの情報の透明性は非常に低い一方で、ヘッジファンドの投資行動の金融市場へのインパクトは非常に大きくなってきている。LTCMの破綻が世界の金融市場を震撼させたことは記憶に新しい。また、サブプライム危機の発端となったのはABS証券に投資を行っていたベア・スターンズやBNPパリバの運用ファンドの破綻である。

学界においては1990年代後半以降ヘッジファンドに関する研究が盛んに行われ、膨大な文献が出版されてきた。先述の理由から、ヘッジファンドのパフォーマンスやリスクに関する研究が重要性を増してきたのは必然であろう。しかし、それらの研究は欧米が中心で日本・アジアにおいては研究がほとんどなされてこなかった。

そこでchapter 1では、アジア太平洋地域のヘッジファンドを対象に実証研究を行った。ヘッジファンドの投資対象資産や投資戦略は多種多様で、伝統的資産と比較して、リターンの分布は高い歪度や尖度を示す場合が多い。この場合、ポートフォリオ最適化によく用いられる平均分散法は適切な手法とは言えない。そこで負のテイル・リスクあるいはドローダウンをコントロールするため、コンディショナル・バリュー・アット・リスクまたはコンディショナル・ドローダウンというリスク指標に制約を課した上での期待リターンの最大化を行った。平均分散最適化によって得られるポートフォリオやそのパフォーマンスとどのように異なるかを精緻に分析した。サブプライム・リーマン危機の期

間でヘッジファンドのパフォーマンスの悪化が指摘されたが、これらの最適化を用いれば優れたファンドを選択し、それらの期間においても非常に良好なパフォーマンスを残すことが示された。

さらに、ヘッジファンドのファクター分析を行い、戦略別・地域別の特性を調査した。最後に、ポートフォリオ最適化とファクター分析を統合し、実際のファンド・オブ・ヘッジファンズ運用への適用例を示した。

ヘッジファンド投資は①低い透明性②低い流動性③高いコストなど、投資家の懸念材料も多い。そこで、戦略やポジションなどの透明性を保ちながら流動性のある資産に投資し、ヘッジファンドと似たリターンを安く投資家に提供することを目的としたヘッジファンド複製商品が近年投資銀行や運用会社によって提供され始めた。Chapter 2 では、このヘッジファンド複製商品に関する包括的な研究を行った。既存のヘッジファンド複製手法は①戦略複製②ファクター・エクスポージャー複製③分布複製の 3 つのアプローチに分類される。ここでは、②と③に関しては実際のデータを用いて分析を行い、それぞれのアプローチの長所・短所や複製の可能性を分析した。

Chapter 3 では分布複製によるヘッジファンド複製の新手法を開発した。既存の手法では投資家の既存ポートフォリオと 1 つの資産にしか投資することができず、さらにその資産に対してロング・ポジションしか取ることができない。したがって、投資資産をどのように選択するかが大きな問題となる。そこで、多資産にロング・ショートポジションを共に取ることができる新手法を提案した。また、目的のペイオフの周辺分布と投資家の既存ポートフォリオとの同時分布を複製する手法をそれぞれ示した。目的の周辺分布を最小コストで複製することは、ある von Neumann-Morgenstern 効用を最大化することと同値であることが証明される。この定理により、ここで開発した新手法が経済学における効用に基づく動的ポートフォリオ最適化と繋がり、理論的にも正当化される。これはヘッジファンド複製商品というホットな話題がファイナンス、経済学の理論と交わる非常に興味深い結果であろう。

投資資産がマルコフ型の確率微分方程式に従う場合、マリアヴァン解析を適用することにより動的複製ポートフォリオを具体的に求めることができる。この動的最適複製戦略によって Global CTA/Managed Futures Index の複製を行った。CTA/Managed Futures の戦略をとるファンドは、世界中の先物や為替市場でロング・ショートやレバレッジを活用し、ダイナミックな投資を行っ

ている。したがって、多資産へのロング・ショートポジションに拡張することによりこの投資行動も反映することができる。複製の結果、サブプライム・リーマンショックの期間においても十分に良い複製パフォーマンスを残すことが確認され、従来の手法による複製をかなり改善することが示された。

特異摂動展開法は元来偏微分方程式の近似解を求めるための有力な手法であるが、Fouque *et al.* (1999) の研究で確率的ボラティリティ下における金融派生商品の価格付けに応用された。以降多くの関連研究が行われ、主たる内容は Fouque *et al.* (2000c) の本にまとめられている。

Chapter 4 ではこの手法を応用し、確率的ボラティリティモデルの下でドローダウンというリスク指標の分析とドローダウンに対するオプションの価格付けを行った。ドローダウンは資産価値の過去の最大値から現在資産価値がどれ位下がったかを表すリスク指標である。最大ドローダウン等の指標はヘッジファンド投資家の間で頻繁に参照されている。ブラウン運動や幾何ブラウン運動の最大ドローダウンやドローダウンの分布の研究は先行研究によって行われている。ここでは解析的な分析を行うために特異摂動展開法を適用し、これらの研究を確率的ボラティリティモデルに拡張した。特異摂動展開法をドローダウンの分布関数に適用した場合の数学的な正当性を証明した。また、ドローダウンに対するオプションを用いることでドローダウン・リスクの管理を行うことを提案した。具体的な分析としては、ドローダウンの期待値や標準偏差とオプション価格を特異摂動展開法による近似値を求め、モンテカルロ法による推定値と比較することにより近似精度を分析した。さらに解析的な計算とモンテカルロ法によるカーネル密度から、資産価値とボラティリティの間の相関係数がドローダウンの分布やオプション価格に大きく影響を与えることを示した。

Chapter 5 では、Fouque *et al.* (2000c) の特異摂動展開法による確率的ボラティリティ下におけるオプションの価格付け手法の近似精度の分析を行った。先述のように、この手法による金融派生商品の価格付けの研究が数多く行われてきたが、その近似精度の研究はなされてこなかった。そこで、この手法がオプションの価格付けに実際にどの程度使えるのかを検証するため、その近似精度の検証を行った。

この近似手法は、ボラティリティが高速で平均回帰する場合に正当化される。一方、Fouque *et al.* (2000c) で想定しているよりもっと遅い平均回帰であるという実証結果も存在する。高速平均回帰と非高速平均回帰の 2 つのケースについて

て、異なる満期と行使価格のオプションの価格を計算し、その精度を検証した。

Fouque *et al.* (2000c) が公式を提示している 1 次のオーダーの近似では非高速平均回帰のケースは全くワークしないが、高速平均回帰のケースは十分に良い精度の近似であることが示された。また、高速平均回帰のケースでは近似の精度は、マネーネスと満期までの時間とともに上がることが分かった。次に、2 次のオーダーの近似項を導出し、近似精度が向上するかを検証した。2 次のオーダーの近似項を追加することにより、高速平均回帰のケースでは近似の精度が相対的に良くなかった短期のオプションと最も OTM のオプションの近似精度が向上することが確認された。非高速平均回帰のケースでは長期のオプションと ATM のオプションの近似を改善することが示された。

Chapter 6 では特異摂動展開法を用いて確率的ボラティリティ下におけるダブルノックアウト・ルックバックオプションの価格付けを行った。ファインマン・カツの公式によって金融派生商品の価格付けの問題を偏微分方程式に落とし込めば、対象資産の価格の過去の最大値や最小値に依存するペイオフをもつ商品の価格付け問題は境界値問題に帰着されるため、偏微分方程式の近似解法である特異摂動展開は非常に有力なテクニックとなる。ブラック・ショールズ経済におけるダブルノックアウト・ルックバックオプションの価格付けは Muroi (2006) によって行われているが、ここで特異摂動展開法を適用することにより確率的ボラティリティへの拡張を行った。数値実験を行うことにより、高速平均回帰ボラティリティの下ではこの近似価格がブラック・ショールズ価格より精度の高い近似を与えることを示した。