

## 論文審査の結果の要旨

氏名 岩田真実

ガラスの性質を系統的に理解するのは古典的難問のひとつである。特に、理論的には、熱力学の意味でガラス転移が存在するかどうかすら未解決なままである。それでも、近年、主に平均場解析の結果として、その特異的な様子が少しずつ明らかになりつつある。提出された岩田真実氏の博士論文では、それらの進展状況を踏まえて、ガラスを理解することを目指した独自の問題設定が立てられ、それに従った研究成果が5章144ページにまとめられている。

まず、第1章で、ガラス転移に関する近年までの理解の状況が概説され、研究の大きな方針が述べられる。一言でまとめると、近年の研究で明らかになってきたガラスに固有な異常な動的振る舞いを様々な動的協同現象の中に位置づけようとする方針である。つまり、現象を分類する営みを介してガラスの理解に迫ろうとしている。この考え方は、臨界現象において普遍性クラスという言葉が確立した以降は、統計力学の研究者には標準的であろう。また、臨界現象だけでなく、非線形動力学現象を理解するときにも、分類する視点は重要な役割を果たしてきた。それらの延長上にガラスの問題を位置づけるのは、本論文の独自の点である。

具体的に、第2章でモード結合方程式の性質を調べることから議論が始まる。モード結合方程式は、構造ガラスのダイナミクスの近似的記述として80年代から研究されてきた。ガラス転移を示す特別な平均場スピン模型の動力学として厳密に導出されているので、ガラスに付随する動力学の雛型の役割を果たす。これまでに蓄積されてきた結果に対して本論文でつけ加えた知見は、方程式に対する解の標準的表現である。この表現は、特異摂動法により解を構成することで得られ、既知事項を全て再現するだけでなく、クラス分けの点からは次の重要な視点を与える。第1に、モード結合転移が無限自由度サドルノード分岐として位置づけられること。第2に、その標準的表現では、時間の目盛を拡大縮小する変換に対する対称性（ディラレーション対称性）に付随する任意性が決定される様が記述されること。以上の2点は、モード結合方程式の知見としては、技巧的な詳細ともみなせるが、引き続き議論の中でその意義が浮かび上がることになる。

第3章では、 $k$ コアパーコレーションに付随する確率的動力学が議論される。この確率過程模型は、ガラス転移に類似しているジャミング転移に関係することが指摘されていた。ランダムグラフ上で定義されたこの模型が厳密に解析されることにより、そのパーコレーション転移が力学系としてはサドルノード分岐に対応することが示される。この時点で、ガラス転移のひとつの雛型であるモード結合方程式とジャミング転移と関係する $k$ -コアパーコレーションが、「サドルノード分岐」という言葉で結ばれることになる。ただし、ここでのサドルノード分岐は、モード結合方程式のそれとは異なり1自由度の分岐であり、もっとも簡単な形になっている。それに伴い、モード結合方程式の解の標準的表現で現れたディラレーション対称性が、ここではより単純な時間並進対称性に置き換わる。

この簡単さを踏まえて、第4章では、1自由度サドルノード分岐点近くでの動的異常性が理論的に解析される。これまで、サドルノード分岐点のゆらぎの異常性については、平

均場レベルでも十分に解析されていなかった状況を踏まえ、まずは平均場での動的ゆらぎが徹底的に解析される。動的異常性を解析するために、軌道を空間配置に読みかえる記述が定式化され、仮想的な時間変化をする動力学の簡約によって、軌道の統計分布が特徴づけられる。具体的には、ゆらぎの特異性を決めているのは時間並進対称性に付随するゴールドストーンモードであることが明らかにされる。実際、動的不均一性と呼ばれる現象を特徴づける臨界指数がこの方針で厳密に計算される。

この結果を踏まえると、モード結合転移点近くの動的異常性の記述には、ディラレーション対称性に由来するゴールドストーンモードが本質的役割を果たすと予想される。そして、その描像にもとづいて、モード結合転移点近くの動的不均一性についても解析できることが期待される。この予想については、今後、具体的に検討されるだろう。さらに、有限次元空間における振る舞いについて平均場解析を超えることは、ガラス転移研究における現在の大きな課題のひとつであるが、それについてもひとつの示唆を与えている。そこでの大きな問題は、活性化過程とよばれる非摂動ゆらぎを記述することである。本研究結果で明らかにされたゴールドストーンモードは標準的な摂動理論の枠内では非摂動ゆらぎに属するものであり、活性化過程とも関係している。従って、非摂動ゆらぎの摂動論的定式化につながる可能性をもたらしている。第5章で、このような様々な展望が具体的に述べられている。

以上のように、岩田真実氏はその論文において、現象を分類する視点によってガラスの理解に迫ろうとする萌芽を与えた。個々の問題に対して高い数理技術を駆使して明晰な結果を得ただけでも十分な評価に値する。それにとどまらず、より長期的研究の中に位置づけられる営みを開始したことの意義も大きい。すなわち、本論文は、ガラスの研究に対して新しい視点を明確な形で持ち込んだものであり、将来大きく発展する可能性を秘めている。

なお、本論文の内容は、第2章、第3章、第4章の1部がそれぞれ論文として出版されており、第4章の主たる部分が論文投稿準備中である。また、第5章で言及されている関連する研究について、論文2編が既に出版されている。

以上の点から本論文は博士(学術)の学位を与えるのにふさわしい内容であると審査委員会は全員一致で判定した。