

論文内容の要旨

論文題目 有限温度における擬2次元希薄Bose気体に対する
非一様ポテンシャルの効果

(Non-uniform potential effect in quasi-2D dilute Bose gas
at finite temperature)

氏名 佐藤 年裕

1995年、原子物理学の世界でのレーザー冷却やレーザートラップの実験技術の発展により、希薄なアルカリ原子気体の Bose-Einstein 凝縮 (BEC) がマサチューセッツ工科大学やコロラド大学の実験グループにより初めて確認された。生成された BEC は、冷却時における原子の捕獲の際に磁場を用いて特定の磁気副準位状態の原子のみを捕獲することで、原子の持つ磁気副準位状態は固定され、超流動ヘリウム4のような1つの秩序変数で表わされる BEC が実現される。この系の大きな特徴は、(1) 原子を閉じ込めるポテンシャルは微視的な凹凸や不純物のない理想的な系を形成し、系の次元や形状を高精度で制御が可能である、(2) 系のみだれが小さいので理論的モデルと実験結果との定量的かつ詳細な比較が可能である、という点である。BEC と超流動は密接に関係した現象であることから、BEC の臨界特性やダイナミクス特性を調べることは、超流動現象の知見を深めることにつながると期待される。実験結果との定量的な比較をする上で、量子多体相互作用の効果を正しく扱うためには理論的モデルを解析的に解くのは非常に困難であるゆえ、数値計算は有効的であり、上で述べた有用点を利用して実験と平行した数値的研究が盛んに行われている。

近年では、有限温度における希薄な Bose 気体に対する系の次元や形状の効果に興味を持たれている。系の次元は、量子凝縮系の本質的な特性に強く影響を及ぼすことがよく知られている。例えば、理想 Bose 気体では一様な3次元系と異なり、一様な2次元系では有限温度下で BEC は存在しない。しかしながら、Kosterlitz-Thouless (KT) 転移温度以下で準長距離秩序が存在し、超流動転移を起こすことが知られており、その機構は渦対の結合、解離によって説明されている。この超流動転移は、液体ヘリウム4の薄膜系や超伝導ジョセフソン接合系などの一様な2次元系に

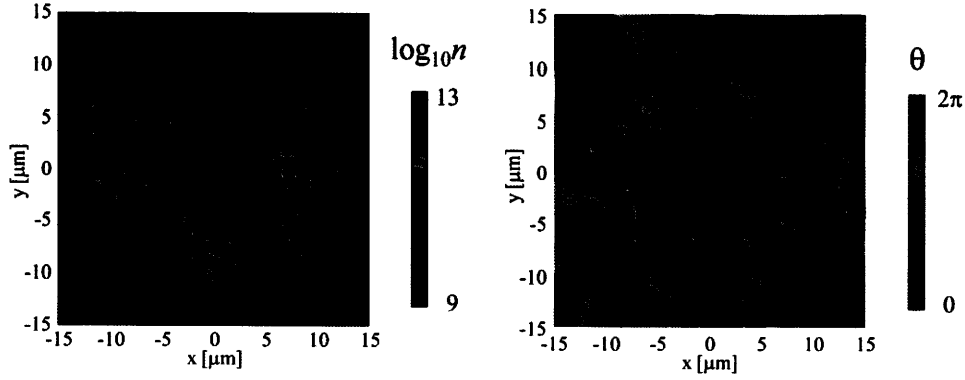


図1 温度 $T=178$ nK におけるある時刻での密度分布 $n(x,y,0)$ (左図)と位相分布 $\theta(x,y,0)$ (右図)の計算結果。位相分布に渦(+), 反渦(-)の例を示す。

において実験的・理論的に研究されてきた。一方、Bagnato らは、系の次元と形状を考慮し、理想 Bose 気体における BEC の実現の可能性について議論している。その結果、調和ポテンシャルのような非一様な 2 次元系では、一様な 2 次元系とは異なり有限温度下で BEC が実現することを提案している。しかし、実際の相互作用を持つ系において BEC が実現するかは非自明な問題である。この研究成果を踏まえて、近年、Ecole normale superieure (ENS) の実験グループは有限温度における調和ポテンシャル中に閉じ込められた 2 つの擬 2 次元希薄 Bose 気体間の干渉パターンを観測することで、系の位相構造と相転移現象を議論している。その結果、非一様な系でも一様な 2 次元系と同様に KT タイプに従って超流動状態から常流動状態へ移り変わると結論づけている。しかしながら、彼らによって得られた結果は超流動状態から常流動状態への移り変わりに関して、非一様な系でも渦励起が深く関与していることは確かめられたが、系の特徴を調べる上で系の非一様性を十分考慮せずに議論している。それゆえ、2 次元系における有限温度の振る舞いに関して、どのような系の非一様ポテンシャルの効果はあるのか否かという疑問が生じるが、その詳細に関してはこれまで理論的には詳しく調べられてなく、非自明な問題である。

本研究では、ENS の実験グループと同様に調和ポテンシャル中に閉じ込められた擬 2 次元希薄 Bose 気体の有限温度の振る舞いについて、有限温度における希薄 Bose 気体の有効モデルとして提案されている projected Gross-Pitaevskii (PGP) 方程式を数値的に解いて考察した。PGP 方程式は、有限温度下で Bose 場の演算子 $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ を古典的に記述が許される低エネルギー領域 (クラシカル領域 C) に射影して得られた有効モデルであり、

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}) = \hat{H}_{sp} \psi(\mathbf{r}) + g \hat{P} \left\{ \psi(\mathbf{r})^2 \psi(\mathbf{r}) \right\} \cdot \cdot \cdot (1)$$

と記述される。ここで、 g は粒子間相互作用、 $\psi(\mathbf{r})$ はクラシカル領域の Bose 場の演算子、 \hat{H}_{sp} は自由粒子系の一体ハミルトニアンである。 \hat{P} は Bose 場の演算子 $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ に対し、クラシカル領域へ射影する演算子である。PGP 方程式は実際の実験で扱われる系の大きさや粒子数に対する計算が可能であるだけでなく、系のダイナミクスを調べられる点で、量子モンテカルロ (QMC) 法よりも優位である。しかし、PGP 方程式はあくまで古典場近似に基づく方法であるため、有限温度下でどの程度定量性があるか自明でない。本研究では、まず初めに PGP 方程式が希薄 Bose 気体の

有限温度の振る舞いをどの程度記述するかについて、QMC 計算との比較を行うことで定量的に考察した（なお、QMC 計算は加藤康之氏が行った）。有限温度における一様な 2 次元希薄 Bose 気体に対して両者を数値的に解き、相関関数の結果を比較した。その結果、PGP 方程式により得られた相関関数は、超流動状態から常流動状態への移り変わる温度を含んだ低温領域における長距離相関の振る舞いに関して QMC 計算の結果とよく一致をすることがわかった。

図 1 は、調和ポテンシャル中に閉じ込められた擬 2 次元 Bose 気体に対し、PGP 方程式を用いて数値的に解いて得られた温度 $T=178$ nK におけるある時刻での密度分布 $n(x,y,0)$ と位相分布 $\theta(x,y,0)$ の結果である。位相分布の結果から、ポテンシャルの最も深い中心部付近からコヒーレント成分が現れ、ポテンシャルの浅い端付近では渦の励起が確認できる。

擬 2 次元 Bose 気体の有限温度の振る舞いについて考察する上で、まず初めに ENS の実験グループの結果との比較を通して議論した。実験と同様に 2 つの擬 2 次元希薄 Bose 気体に対し、閉じ込めトラップを解放後の干渉パターンを観測した結果、実験で確認された渦励起の証拠を示す干渉パターンと同様な結果を再現することができた。これは、超流動状態から常流動状態への移り変わりは、一様な 2 次元系の特徴と非常に似て渦励起が関与しているという彼らの結果を支持するものとなっている。しかし、彼らが用いた系のコヒーレント特性に関する解析方法では、非一様性を十分考慮してないことにより、非一様な 2 次元系の特徴を正確に議論するには不適切であることがわかった。

この結果を踏まえて、まず 2 次元局所密度近似を用いて系のコヒーレント領域の温度依存性を定量的に調べた。その結果、コヒーレント成分は一様な系とは異なり、温度減少と共にポテンシャルの中心部から徐々に現れることがわかった。次に、系の非一様性を定量的に議論するために、系の超流動性とコヒーレント特性について調べた。本研究では PGP 方程式を用いた超流動密度の計算方法を考案し、系の超流動性を調べた結果、系にコヒーレント成分が現れはじめると共に超流動が出現し、温度減少と共に一様な 2 次元系とは異なって連続的に超流動成分は増加していくことが確認された。この結果は、非一様ポテンシャルの効果により一様系とは異なって系においてすべての場所で同一温度で超流動成分が出現ないことを示唆している。このような特徴は非一様なポテンシャルの効果であると言える。これに伴い、一様な 2 次元系の際立った特徴である超流動密度の不連続性はトラップ系では観測されず、超流動密度は連続的に増加すると言える。さらに、系のコヒーレント特性を明らかにするために、位相相関関数の長距離の振る舞いを調べた。Gaussian モデルを用いて解析を行った結果、非一様な 2 次元系における位相相関関数はコヒーレント領域境界点で一様な 2 次元系の KT 転移点と同じ振る舞いをすることが明らかになり、PGP 方程式を用いてこの特徴を示唆した結果を得た。つまり、非一様系における KT タイプに従った超流動状態の実現性の証拠を本研究の結果により初めて確認することができたと言える。