# 論文審査の結果の要旨

氏名　　　柴　正太郎

超弦理論の摂動論的定式化においては、１０次元平坦時空で５種類の異なった理論が存在することが、８０年代中盤から知られている。それぞれの理論内容は、長さの単位を決めるパラメター $\ell_s$ と、ディラトンと呼ばれるスカラー場の真空期待値の値によって定まる弦の結合定数 $g_s$ の２個の自由定数を除き、一意的に定義される。この５種類の間には弦双対性と呼ばれる様々な相互関係が存在する。その理解は９０年代半ばに進展し、５種類の弦理論を結びつけ統合する枠組みとして、M 理論と呼ばれる予想が提唱された。M 理論の平坦時空の次元は１１で、１０次元の超弦理論は、１次元分を有限な半径 $R$ で特徴づけられる円（$S^1$ または $S^1/Z_2$) にコンパクト化したものと看做される。$R$ は $g_s$ に比例 ($R = g_s\ell_s$) し、弦理論の摂動論が有効な領域 ($g_s \ll 1$) では、M 理論は、弦理論に帰着する。M 理論において弦理論の弦に相当する自由度は、２次元的に広がりを持つ超対称メンブレーン (M2 ブレーン）であると予想されている。実際、M 理論の低エネルギー有効理論であると考えられる１１次元超重力理論には、３階完全反対称なテンソル場としてのゲージ場が存在し、自然にＭ２ブレーンに結合し、その安定性を保証できる。そのため、Ｍ２ブレーンおよびその電磁気的双対関係にあるＭ５ブレーンの力学の理解が、M 理論の構築の鍵になると考えられる。しかし、これらの広がったブレーンの力学は、その本性上、本質的に非線形な構造を持ち、その量子論的定式化は極めて困難な問題であり、M 理論の提唱以来１５年を経ても、ほとんど進展していない。

その中で、ここ数年の新たな展開として、Ｍ２ブレーンが平行に $N$ 個存在する系の低エネルギー極限を記述すべき、超対称共形場理論の作用原理に関する興味深い発見がなされた。本論文は、この進展のきっかけになった Bagger-Lambert-Gustavsson (BLG) 模型を取り上げ、その拡張、および超弦理論の D ブレーン有効理論との関係に関して詳細な研究を行ったものである。

本論文の構成は以下の通りである。Introduction and Summary において、まず M 理論の概略を述べた後、論文の構成とそれぞれの部分の簡潔な要約を与え、各章の目的、相互関係について俯瞰的なまとめを与えている。続く本文は、３部から成っている。

第１部 Basics and multiple M2-branes は３章から成っている。まず、第１章で M 理論の歴史的な位置づけとともに、M 理論の意義に関して論文提出者の解釈が与えられている。また、１１次元超重力理論、Ｍ２ブレーンおよびＭ５ブレーンに関する基本的な性質がレビューされている。第２章は、BLG 模型について、その起源、およびゲージ対称性を特徴づける３代数構造についてのレビューを行っている。第３章は、３代数を実現している既知の例である $\mathcal{A}_4$ 代数の説明を行った後、有限次元で正定値計量を持つ３代数で非自明なものは、本質的に $\mathcal{A}_4$ 代数の直積しか存在しないという no-go theorem が紹介されている。そこで、本論文では、no-go theorem の前提を満たさない２つの可能性が議論される。一つは無限次元の例としての、南部-Poisson 括弧、もう一つは、計量の正定値性と満たさない Lorentzian 3-algebra である。3 章の残りの部分は、前者とその有限次元への切断の可能性、後者の構成に関するいくつかの例が詳細に論じられている。

第２部 M5-brane and applications では、南部-Poisson 括弧に基づいた、Ｍ５ブレーンの議論を行っている。第４章では、適当な３次元多様体 $\mathcal{N}$ 上の南部-Poisson 構造によって構成した BLG 模型は、Ｍ２ブレーンの世界体積の３次元多様体 $\mathcal{M}$ と併せた６次元多様体 $\mathcal{M}\times\mathcal{N}$ を世界体積とする１個のＭ５ブレーンの理論と做せるという主張がなされる。これは、１個のＭ５ブレーンを、無限個のＭ２ブレーンの複合系として定式化するのに相当する。この主張を裏付けるため、運動方程式、ゲージ対称性、超対称性を論じている。また、２重次元縮約により、この作用からＤ４ブレーンの低エネルギー有効作用が得られることを示している。第５章では、４章の模型から自由度の切断を適当に行うことにより、有限個のＭ２ブレーンの系を得る可能性を論じている。この方法では、計量に多くの null 方向が現われるため、物理的に有意味な作用は得られない。しかし、運動方程式の議論から、Ｍ２ブレーンのモジュライ次元を定性的に見積ることは可能で、$\mathrm{AdS}_3\times S^7$ 対応から予想される $N$ 体Ｍ２共形場理論のエントロピーの大 $N$ 極限での振る舞い $N^{3/2}$ が得られるという、示唆的な議論がなされている。

第３部 Multiple D$p$-branes and U-duality では、有限次元３代数の例である Lorentzian ３代数に基づく BLG 模型の議論を行っている。第６章は、この模型に含まれる負計量自由スカラー場に、期待値を与えて取り除く可能性が古典論の枠内で議論されている。また、第３章で論じたＭ５ブレーンからのＤ４ブレーン作用の導出に基づいて、自由度の切断を行い、Ｄ２ブレーンの有効理論である３次元 U($N$)Yang-Mills 理論を導いている。第７章は、Lorentzian の３代数をさらに一般化することにより、様々な多体 D$p$-brane 模型としての Yang-Mills 理論を導き、それらの関係を論じる。まず、一般化された代数の特別な場合から、Lorentzian な Lie 代数に対応する有限質量の超対称 Yang-Mills 理論を導く。さらに、Lorentzian な Lie 代数として、Kac-Moody 代数を採用すると、高次元の世界体積で有限次元のゲージ対称性を持つ Yang-Mills 理論が得られることが示されている。この理論の base space-time は、もともとのＭ２ブレーンの世界体積 $\mathcal{M}$ 上の、$d$ 次元トーラスをファイバーとするファイバー束と看做せ、得られた理論は、D$p$ ブレーン（$p=d+2$）の有効理論と解釈できる。それは、$\mathrm{T}^d$ のモジュライを決めるスカラー場を含み、スカラー場の期待値やファイバー束の接続場の選び方により、様々の異なった作用が得られる。特に、Ｄ３ブレーンの場合には、S 双対性で結ばれる理論が、スカラー場の期待値の変換によって得られるという興味深い結果が得られている。さらに、D$p$-brane の場合に、U-duality として知られるより一般的な双対関係が、部分的には期待値の変換によって理解できることが示されている。

以上のうち、第３，４，５章および７章の主要部分が、本論文提出者と共同研究者によって得られた成果に基づいている。これらの結果は、M 理論の構築に向けて重要な未解決問題、すなわち、Ｍ２およびＭ５ブレーンの力学の解明に有用な新知見を与えていると評価できる。また、共同研究において、申請者は主体的に十分な寄与をしていると認定した。よって、審査委員会は全員一致で、本論文は博士（理学）の学位を授与するのにふさわしいものであると判定した。