

論文審査の結果の要旨

氏名 茂木 康平

本論文は6章からなる。第1章では研究の背景が述べられている。第2章では、相互作用する1次元スピンレスフェルミオンの基底状態における相関関数の厳密解について、第3章では第2章の結果を有限温度に拡張した場合の結果について述べられている。第4章では、スピン1/2の1次元強磁性模型におけるキंक解における相関関数の厳密解について述べられ、第5章では、第4章の結果を一般のスピンに拡張した場合の結果が述べられている。第6章では結論が述べられている。

本論文の研究対象である1次元量子模型は、ここ数十年来の微細加工技術の進展や冷却原子気体における縮退フェルミ系の実現により、単なる数学的模型という位置づけを超えた注目を浴びるようになった。量子揺らぎが強く、Fermi液体描像が破綻する1次元系では、非摂動的取り扱いが重要になってくる。2,3次元系よりは扱いやすいとはいえ、物理量、特に相関関数を厳密に計算することは難しい。

本論文は、代表的な1次元可解量子模型である、spinless fermion 模型

$$H_{\text{spinless}} = t \sum_j (c_j^\dagger c_{j+1} + c_{j+1}^\dagger c_j + 4\Delta n_j n_{j+1}),$$

と、Jordan-Wigner 変換により等価な1次元スピン-1/2 XXZ 鎖、

$$H_{\text{XXZ}} = J \sum_j (\sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + \Delta \sigma_j^z \sigma_{j+1}^z),$$

及び、一般の高スピンの拡張した非可積分模型

$$H_{\text{XXZ}}^S = J \sum_j (S_j^x S_{j+1}^x + S_j^y S_{j+1}^y + \Delta S_j^z S_{j+1}^z),$$

の相関関数の厳密解について述べたものである。

内容は大きく、前半部(2,3章)と後半部(4,5章)に分かれる。第2章では、spinless fermion 模型の零温度における形状因子と一粒子グリーン関数 $\langle c_j^\dagger c_j \rangle$ について考察した。Spinless fermion 模型を記述する fermionic R -operator に基づく量子逆散乱法を用いて、形状因子の行列式表示と、グリーン関数 $\langle c_j^\dagger c_j \rangle$ の多重積分表示を導いた。また、free-fermion 点において、既知の結果を再現することを確かめた。第3章は第2章の結果の有限温度への拡張であり、グリーン関数 $\langle c_j^\dagger c_j \rangle$ と、反強磁性 XXZ 鎖の $\langle \sigma_i^+ \sigma_j^- \rangle$ を、量子転送行列法を用いて求めた。その結果が零温度の極限において、第2章の結果を再現することを確かめた。また、有限温度の多重積分表示の応用として、いくつかの近接グリーン関数に関し、高温展開を施した。第4章の内容は、スピン-1/2 無限強磁性 XXZ 鎖の相関関数についてである。XXZ 鎖の強磁性領域では、全てのスピンの向きが上向き、または下向きである状態が明らかな基底状態として存在するが、この他にキंक基底状態と呼ばれる、並進対称性の破れた状態も基底状態として存在する。このキंक基底状態

における相関関数を系統的に調べた。まず、相関関数の基本単位である密度行列の厳密な表式を求めた。その厳密な表式より、特に重要な相関関数の漸近的な振る舞いを調べ、スピン-スピン相関関数が長距離で指数関数的に減衰することを示した。これに対し、あるサイト x から長さ n に渡って、スピンの強磁性的に並ぶ確率や、反強磁性的に並ぶ確率などが、ストリングの長さ n が大きくなるにつれて、ガウス型の減衰をすることがわかった。このガウス型減衰は、反強磁性 XXZ 鎖の場合にも見られる振る舞いである。このような減衰の仕方のみならず、更には、漸近極限での相関振幅も厳密に決定することができた。第 5 章は第 4 章の解析手法を、一般のスピン S 無限強磁性 XXZ 鎖に適用した結果である。考えているモデルは $S \geq 1$ では、Yang-Baxter の意味で可解なモデルではない。このようなモデルに対しても、キルク基底状態の密度行列の厳密な表式を求めることができた。また、 $S = 1$ の場合の、スピン-スピン相関関数の長距離での指数関数的減衰を示した。

本研究の成果の 2 章から 5 章までの結果の主要部分または一部については 4 編の原著論文として公表済である。本論文で述べられている結果は、堺和光氏との共同研究の成果である。しかし論文提出者が主体となって分析および検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。